

# Statističke tolerancije na primjeru strojarske konstrukcije

---

Cikač, Filip

Undergraduate thesis / Završni rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University North / Sveučilište Sjever**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:122:085383>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-08-25**



Repository / Repozitorij:

[University North Digital Repository](#)





**Sveučilište  
Sjever**

ZAVRŠNI RAD br. 194/PS/2016

# **STATISTIČKE TOLERANCIJE NA PRIMJERU STROJARSKE KONSTRUKCIJE**

Filip Cikač

Varaždin, rujan 2016.





**Sveučilište  
Sjever**

**Odjel za proizvodno strojarstvo**

ZAVRŠNI RAD br. 194/PS/2016

# **STATISTIČKE TOLERANCIJE NA PRIMJERU STROJARSKE KONSTRUKCIJE**

Student:  
Filip Cikač, 4180/601

Mentor:  
prof. dr.sc. Živko Kondić

Varaždin, rujan 2016.

# Prijava završnog rada

## Definiranje teme završnog rada i povjerenstva

ODJEL	Odjel za strojarstvo		
PRISTUPNIK	FILIP CIKAČ	MATIČNI BROJ	4180/601
DATUM	08.09.2016.	KOLEGIJE	Kontrola kvalitete
NASLOV RADA	Statističke tolerancije na primjeru strojarke konstrukcije		
NASLOV RADA NA ENGL. JEZIKU	Statistical tolerance in the case of mechanical engineering structures		

MENTOR	KONDIĆ ŽIVKO	ZVANJE	Izv.profesor
ČLANOVI POVJERENSTVA	1. Veljko Kondić, mag.mech., predavač		
	2. dr.sc. Živko Kondić, izv.prof.		
	3. mr.sc. Zlatko Botak, v.pred.		
	4. Marko Horvat, dipl.ing. predavač		
	5. _____		

## Zadatak završnog rada

BROJ	194/PS/2016
OPIS	U radu je potrebno:  -Opisati potreba za tolerancijama u tehničkim konstrukcijama. Pojasniti vrste tolerancija uz detaljnije pojašnjenje tolerancija dužinskih mjera, dosjeda, oblika i položaja, hrapavosti površina i slobodnih izmjera. Uz taj opis objasniti i prikazati preporuke za izbor tolerancijskih polja.  -Opisati pojama statističke tolerancije. Nakon toga detaljnije opisati statsitičku analizu tolerancija, metodu najgorih slučajeva, metodu suma kvadrata korijena te metodu Šest sigma u tolerancijama. Uz taj opis prikazati i primjenu Monte Carlo metode u analizi statističkih tolerancija.  -U eksperimentalnom dijelu rada prikazati praktičnu primjenu statističke analize tolerancija na konstrukcijskoj poziciji.  -U zaključnom dijelu završnog rada kritički se osvrnuti na uradak te dati preporuke za poboljšanja i svoje viđenje procesa primjene statističke analize tolerancija.

ZADATAK URUČEN

27.09.2016.



## Zahvala

Zahvaljujem se mentoru prof. dr.sc. Živku Kondiću na iskazanom povjerenju, stručnim savjetima i velikoj pomoći u izradi završnog rada.

Zahvaljujem se također poduzeću MIV Varaždin,

Zahvaljujem i svim profesorima i djelatnicima Sveučilišta Sjever na stečenom i usvojenom znanju tijekom trajanja studija proizvodnog strojarstva.

Zahvaljujem svojoj obitelji koja mi je sve ovo omogućila, te vjerovala u mene i bila mi velika podrška tokom studiranja.

## Sažetak

U prvom dijelu rada su objašnjene tolerancije, kako se dijele i primjenjuju. Opisane su klasične metode određivanja tolerancija koristeći propisane tablice i ISO standarde. U drugom dijelu su opisane statističke tolerancije i današnje neizostavne metode analiziranja tolerancije. Kod statističkog analiziranja tolerancije se koriste razne metode analiziranja kako bi se mogle odrediti tolerancije ili prilagoditi proizvod tolerancijama.

Objašnjeno je kako koristiti i primijeniti metodu najgorih slučajeva (Worst Case), metodu suma kvadrata korijena (Root Sum of Squares) i „Šest sigma“ metodu.

Te metode konkretno upotrijebiti na realnom konstrukcijskom proizvodu i rezultate analize prikazati Monte Carlo simulacijom. Na osnovi dobivenih rezultata se mogu predložiti rješenja za poboljšanje tj. da bi se izbjegli rizici u proizvodnji.

**Ključne riječi:** tolerancija, klasični pristup toleriranju, statističke tolerancije, metoda najgorih slučajeva, metoda soma kvadrata korijena, „šest sigma“, Monte Carlo,

# Sadržaj

<b>1.0 Uvod</b> .....	1
1.1 Potrebe za tolerancijama.....	2
1.2 Vrste tolerancija .....	3
1.2.1 Tolerancije dužinskih mjera.....	4
1.2.2 Tolerancije dosjeda .....	6
1.2.3 Tolerancije oblika i položaja .....	10
1.2.4 Tolerancije hrapavosti površina .....	10
1.2.5 Tolerancije slobodnih izmjera .....	14
1.3 Preporuke za izbor tolerancijskih pola.....	15
<b>2.0 Statističke tolerancije</b> .....	16
2.1 Statistička analiza tolerancija .....	18
2.2 Metoda najgorih slučajeva (Worst Case Analysis – WCA) .....	22
2.3 Suma kvadrata korijena (Root Sum of Squares – RSS) .....	26
2.4 „Šest sigma“ metoda u tolerancijama.....	30
2.5 Primjena Monte Carlo metode u analizi statističke tolerancije.....	34
<b>3.0 Primjena statističke analize tolerancija na konstrukcijskim pozicijama</b> .....	37
<b>4.0 Zaključak</b> .....	46
<b>5.0 Literatura</b>	



## Korištene kratice i simboli

WCA - metoda najgorih slučajeva (Worst Case Analysis)

RSS - suma kvadrata korijena (Root Sum of Squares)

MC - Monte Carlo simulacija

ISO – međunarodna organizacija za normiranje

DIN – Njemačka organizacija za normiranje

HRN – Hrvatski zavod za norme

f – fini stupanj točnosti

m – srednji stupanj točnosti

c – grubi stupanj točnosti

v – vrlo grubi stupanj točnosti

$D_i$  – nazivna mjera

$D_{max}$  – gornja granična mjera

$D_{min}$  – donja granična mjera

T – tolerancijsko polje

TOL - tolerancija

IT - kvaliteta tolerancije

DSP – dosjed sustava provrta

DSR – dosjed sustava rukavca

LSL – donja granica tolerancije

USL – gornja granica tolerancije

R – izlazna varijabla

$C_p$  – demonstrativna sposobnost

$C_{pk}$  – demonstrativna izvrsnost

$P_p$  – preliminarna sposobnost

$P_{pk}$  – preliminarna izvrsnost

DPMO (defects per million opportunities) – neispravnosti na milijun mogućnosti

# 1. Uvod

Tolerancija predstavlja dopušteno odstupanje od određene vrijednosti ili standarda. Tolerancije imaju različita značenja u različitim stadijima procesa.

Postoje klasični načini odabira tolerancija na temelju iskustva konstruktora, tablica i propisanih ISO sistemi toleriranja i postoje moderne metode određivanja najbolje tolerancije, tzv. statističko analiziranje tolerancija..

Određivanje statističkih tolerancija je proces analiziranja varijacija tolerancija komponenti u svrhu procjene sveukupne razine varijacije završnog proizvoda tj. sklopa koji mora ispuniti zahtjeve klijenata. Model analize tolerancija može biti vrlo složen čime su tolerancije izlazne vrijednosti funkcijski povezane sa ulaznim vrijednostima matematičkog modela.

Simulacijsko modeliranje u svrhu određivanja statističkih tolerancija dobiva sve više pažnje od strane inženjera, te ostalih stručnjaka diljem svijeta. Statističko određivanje tolerancija je viša razina određivanja tolerancija pri kojoj se određuju statističke karakteristike varijable  $Y$  koje su određene varijacijom varijable  $X$ .

Većina inženjera primjenjuje neki od načina određivanja tolerancija. Najosnovniji oblici analiziranja tolerancije su Metoda najgorih slučajeva (Worst Case Analysis – WCA), Suma kvadrata korijena (Root Sum of Squares – RSS) i „Šest sigma“ metoda. Da bi se smanjila varijacija procesa u „Šest sigma“ metodi se također koriste Monte Carlo simulacije za analizu tolerancija složenih modela. Monte Carlo metoda je računalni algoritam u kojem se vrijednost varijabli zadaje funkcijom gustoće, a kojem je cilj predvidjeti sve moguće ishode procesa na koji je primijenjen te vjerojatnosti njihovog pojavljivanja.

U analizi statističkih tolerancija treba razmatrati više pretpostavki koje se mogu ostvariti u stvarnoj proizvodnji dijelova. Pri tome treba imati ispravno tumačenje indeksa sposobnosti procesa koji je sastavni dio statističkih tolerancija. S njim možemo odrediti sposobnost procesa kod proizvodnje. Pri tome treba dominirati postavka da kvalitetu procesa određuje njegovo rasipanje, te s tim u vezi prihvatiti činjenicu da je standardno odstupanje zapravo mjera rasipanja, ujedno i mjera za kvalitetu.

## 1.1. Potrebe za tolerancijama

Pri projektiranju strojnog dijela određenog oblikom i dimenzijama treba imati u vidu činjenicu da se potpuna točnost zamišljenih tzv. nazivnih (nominalnih) mjera pri proizvodnji tog dijela neće moći postići.

Na točnost ostvarenih mjera utječu mnogi čimbenici a među značajnijima su sposobnost proizvodnog stroja i alata, stručna sprema radnika i njegovo trenutno raspoloženje, te točnost kontrolnih instrumenata.

Očito je da je zbog nabrojanih čimbenika nije moguće izraditi dva strojna dijela potpuno istih dimenzija jer postignute mjere uvijek više ili manje odstupaju od nazivnih. Zahtijevati visoku točnost, kad bi svi istovrsni proizvodi imali apsolutno točne dimenzije bilo bi ekonomski neopravdano jer bi takav zahtjev doveo do znatnog poskupljenja proizvodnje.

Zbog toga konstruktor mora propisati najveću i najmanju vrijednost mjere koju izradak još uvijek može imati, a da se pri tome ne poremeti njegova funkcionalnost ili zamjenjivost unutar određenog radnog sklopa. Na crtežu proizvoda nije potrebno svim ploham propisati dozvoljena odstupanja, već samo onima koje obavljaju određenu funkciju. Kako svako propisivanje dozvoljenih odstupanja od oblika ili položaja zahtijeva i dodatnu kontrolu točnosti na izratku, očito je da konstruktor ima važan zadatak pri izboru elementa kojima treba propisati tolerancije, kao i pri izboru brojčanih vrijednosti tih tolerancija. Svaka dodatna kontrola preciznim instrumentima poskupljuje proizvod. Razlika najveće i najmanje dopuštene mjere je širina (zona) tolerancijskog polja ili kraće tolerancija. Svaka mjera izvedena unutar funkcijom stroja odabranog tolerancijskog polja je dobra mjera.

U početku su pojedine tvornice, a kasnije i pojedine države razvijale svoje sustave tolerancija. Razlike u sustavima su bile tako velike da ih je hitno trebalo uskladiti. Na temelju iskustva pojedinih država donesene su međunarodne norme za tolerancije kojima su zamijenjeni svi propisi o tolerancijama. Danas se ta međunarodna norma koja sadrži izraze i oznake za toleranciju naziva ISO 286.

## 1.2. Vrste tolerancija

Razlikuju se sljedeće tolerancije:

- Tolerancije dužinskih mjera strojnih dijelova
- Tolerancije oblika i položaja pojedinačnih površina strojnih dijelova
- Tolerancije dosjeda
- Tolerancije kvalitete hrapavosti površina strojnih dijelova

U pravilu se propisuju tolerancije samo za dimenzije dijelova, koji su važni za sparivanje s drugim dijelovima. Ostale dimenzije su tzv. slobodne mjere, čije odstupanje nazivnih vrijednosti praktično ne utječe na funkcionalnost strojnih dijelova, ako su ta odstupanja u granicama koje su određene uobičajenim proizvodnim postupkom. Obično za njih vrijede tolerancije slobodnih mjera, koje su određene postupkom obrade i svrstane u razrede, u ovisnosti o točnosti izrade, proizvodnog procesa i upotrebljivanih radnih strojeva.

Izbor različitih stupnjeva točnosti izrade također ovisi o tipu proizvodnje. U procesu obrtničke maloserijske proizvodnje, zaključna faza obrade strojnih dijelova se obično izvodi u postupku montaže, čime se postiže veliki stupanj točnosti sastavnih dijelova i samog stroja. U industriji s velikoserijskom proizvodnjom zahtjevi ekonomičnosti nalažu završnu obradu prije montaže. Zato je potrebno pojedinačne elemente izraditi neovisno jednog od drugog, uspješno ih sastaviti u cjelinu, i zamjenjivati bez naknadne obrade i prilagođavanja

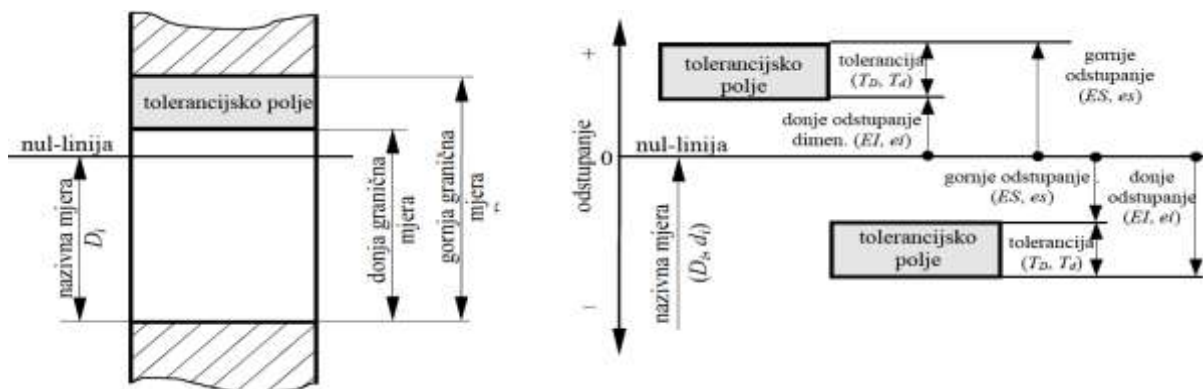
### 1.2.1. Tolerancije dužinskih mjera

Sistematizirane podatke o veličini dopuštenih odstupanja prilagođenih potrebama funkcionalnosti strojeva i mogućnostima ekonomične izrade i kontrole, sadržani su u standardiziranom sistemu tolerancija. U većini država, gdje spada i Republika Hrvatska, na snazi je ISO sistem tolerancija i dosjeda (ISO 286).

ISO sistem tolerancija dužinskih mjera je predviđen za dužinske mjere svih dijelova strojeva u sklopovima, s iznimkom navojnih parova, valjnih ležajeva i zupčanika. Za te elemente su propisani posebni sistemi tolerancija u skladu s specifičnostima njihovih oblika i funkcije. U osnovi je ISO sistem tolerancija namijenjen za dimenzije kružnih oblika, iako je upotrebljiv i za druge oblike. Sistem razlikuje tolerancije vanjskih i unutrašnjih mjera. Vanjske mjere strojnih dijelova su te, kod kojih se dodirne površine mjernog pribora pri mjerenju naslanjaju izvan mjerene dužine (npr. promjer čepa, dužina vratila, itd.). U ISO sistemu tolerancija, veličine koje se odnose na vanjske dimenzije, označuju se malim slovima abecede. Unutrašnje dimenzije su te kod kojih se dodirne površine mjernog pribora naslanjaju unutar mjerene dužine (npr. provrt, dužina utora za pero, itd.). Pripadajuće veličine označuju se velikim slovima abecede.

**Vanjske mjere** strojnih dijelova su te, kod kojih se dodirne površine mjernog pribora pri mjerenju naslanjaju izvan mjerene dužine (npr. promjer čepa, dužina vratila, itd.). U ISO sistemu tolerancija, veličine koje se odnose na vanjske dimenzije, označuju se malim slovima abecede.

**Unutrašnje mjere** su te kod kojih se dodirne površine mjernog pribora naslanjaju unutar mjerene dužine (npr. provrt, dužina utora za pero, itd.). Pripadajuće veličine označuju se velikim slovima abecede.



Slika 1.1. Tolerancije dužinskih mjera [3]

**Nazivna mjera** ( $D_i, d_i$ ) je određena zahtijevana mjera na čijoj se osnovi određuju granične mjere, određene s gornjim i donjim odstupanjem.

**Gornja granična mjera** ( $D_{max}, d_{max}$ ) je najveća dopuštena granica mjere.

**Donja granična mjera** ( $D_{min}, d_{min}$ ) je najmanja dopuštena granica.

**Nul-linija** je granična mjera i dosjeda crta, koja označava nazivnu mjeru i od koje mjerimo odstupanje.

**Tolerancijsko polje** ( $T_D, T_d$ ) ili tolerancija je razlika gornje i donje granične mjere. Ona je apsolutna vrijednost i zbog toga je bez predznaka. Ona je u području između crta koje prikazuju najveću i najmanju graničnu mjeru, Slika 1.1.

Izbor kvalitete proizvoda bitno utječe na trošak izrade. Zadaća konstruktora je da izabere optimalnu kvalitetu tolerancije tako da troškovi budu ekonomski prihvatljivi.

Tablica 1.1 pomaže konstruktoru kao smjernica za izbor kvalitete tolerancije.

Područje upotrebe	Kvaliteta tolerancije (IT)																			
	01	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	
Mjerni pribor	Precizna mjerila																			
						Mjerila za radioničku kontrolu														
Opća strojogradnja						Najbolja kvaliteta														



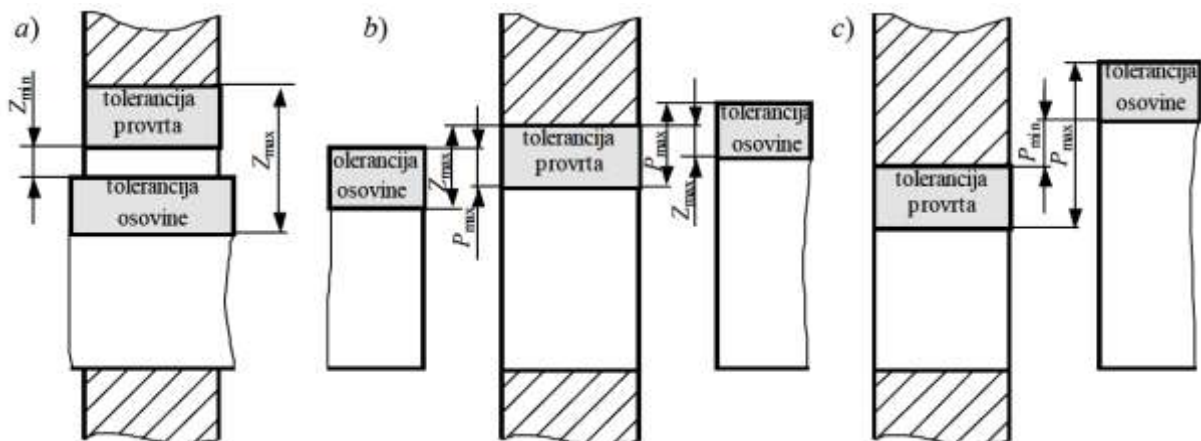
## 1.2.2. Tolerancije dosjeda

Dosjed je odnos dvaju elemenata koji imaju jednake nazivne mjere ( $D_i$ ,  $d_i$ ). Jedan je element određen unutrašnjom nazivnom mjerom i uvijek okružuje drugi, koji je određen istom nazivnom mjerom. Oba dosjeda imaju svoje tolerancije.

Ovisno o izabranim tolerancijama, spregnuti dijelovi dosjedaju jedan u drugoga sa zračnošću ili sa preklopom. Zračnost nastaje kada je stvarna mjera osovine manja od stvarne mjere provrta. To je pozitivna razlika između mjere provrta i mjere osovine. Preklop nastaje kad je promjer osovine veći od promjera provrta (negativna mjera).

U ISO sustavu postoji gruba podjela na tri skupine dosjeda:

- Labavi dosjed
- Prijelazni dosjed
- Čvrsti dosjed



Slika 1.3. Vrste dosjeda [3]

**Labavi dosjed** ima između sastavljenih dijelova je uvijek zračnost. To se osigurava odgovarajućim izborom položaja tolerancijskih polja, pri čemu je uvijek gornja granična mjera osovine manja od donje granične mjere provrta, *Slika 1.3a*.

**Prijelazni dosjed** može imati između spojenih dijelova može nastati zračnost ili preklop. To se postiže izborom položaja i kvaliteta tolerancijskih polja, tako da se tolerancijska polja u cijelosti ili djelomično prekrivaju. Dakle, dosjed može bit čvrst ili labav, ovisno o stvarnim mjerama osovine i provrta, *Slika 1.3b*.



**Čvrsti dosjed** ima između sastavljenih dijelova je stalno preklop. To se osigurava takvim izborom položaja tolerancijskih polja, kod kojeg je donja granična mjera osovine uvijek veća od gornje granične mjere provrta, *Slika 1.3c*.

U *Tablici 1.2* dani su nazivi stupnjeva dosjeda s obzirom na položaj tolerancijskog polja u dosjednom sustavu provrta (DSP) i dosjednom sustavu rukavca (DSR).

DOSJEDI		Temeljna odstupanja	
		DSP	DSR
LABAVI	Vrlo prostran	A	a
	Prostran	B	b
	Poluprostran	C	c
	Pomičan	D	d
	Polupomičan	E	e
	Povodljiv	F	f
	Polupovodljiv	G	g
PRIJELAZNI	Klizni	H	h
	Pokretni	J, Js	J, js
	Prilegli	K	k
	Stegnutu	M	m
	Uglavljeni	N	n
PRISNI	Zažeti	P, R, S	p, r, s
	Čvrsto zažeti	T, U, V	t, u, v
	Prezažeti	X, Y, Z	x, y, z
		ZA, ZB, ZC	za, zb, zc

**Tablica 1.2.** Nazivi dosjeda (prema primjeru iz [3])

Pri izboru tolerancija dosjeda, u pravilu je tolerancija osovine uvijek za jednu kvalitetu bolja (manja), od one koju ima provrt. Zato je iz ekonomskih razloga je preporučljivo, da se za postizanje različitih dosjeda tolerancije ne izabiru proizvoljno, nego upotrebom sistema dosjeda.

Po ISO-sustavu tolerancija razlikuju se dva sistema dosjeda, *Tablica 1.3*:

- **Sistem jedinstvenog provrta.** U ovom sistemu svi promjeri provrta imaju jednak položaj tolerancijskog polja "H", bez obzira na vrstu dosjeda. Tolerancijsko polje "H" nalazi se iznad nul-linije. Najmanja mjera provrta je uvijek jednaka nazivnoj mjeri ( $D_{min} = D_i$ ), pa je donje odstupanje uvijek jednako nuli, a gornje odstupanje je jednako toleranciji. Tolerancijsko polje, tj. položaj i kvalitetu tolerancije osovine bira se obzirom na vrstu dosjeda kojeg se želi ostvariti (npr. H7/r6 – čvrsti dosjed, H7/j6 – prijelazni, H7/f6 – labavi dosjed).
- **Sistem jedinstvenog rukavca.** U ovom sistemu svi promjeri osovine imaju jednak položaj tolerancijskog polja "h", bez obzira na vrstu dosjeda. Tolerancijsko polje "h" leži ispod nul-linije. Najveća mjera osovine je uvijek jednaka nazivnoj mjeri ( $d_{max} = d_i$ ), tako da je gornje odstupanje uvijek jednako nuli ( $es = 0$ ), a donje odstupanje je jednako toleranciji. Tolerancijsko polje, tj. položaj i kvaliteta tolerancije provrta izabire se obzirom na vrstu dosjeda kojeg se želi postići (npr. S7/h6 – čvrsti, J7/h6 – prijelazni, G7/h6 – labavi dosjed).

PROVRT	RUKAVAC						
H6	g5	f6	e7	-	-	-	-
H7	g6	f7	e8	d8, d9	c8, c9	b8, b9	a9
H8	-	f8	e9	d10	-	-	-
H11	-	-	-	d11	c11	b11	a11
	Za točno vođenje rukavca	Za najmanje gubitke trenja uz najveću nosivost ako je mala razlika pogonske temperature i temperature stanja mirovanja			Za miran hod i najmanje gubitke trenja, za veće razlike pogonske temperature, dijelove koji su ponekad u pogonu, vodilice		
h5	G6	F6	E7	-	-	-	-
h6, h7	G7	F7	E8	D8, D9	C8, C9	B8, B9	A9
h8, h9	-	F8	E9	D10	-	-	-
h11	-	-	-	D11	C11	B11	A11
RUKAVAC	PROVRT						

Tablica 1.3. Preporučeni dosjedi (prema primjeru iz [3])

U pravilu se upotrebljava sistem jedinstvenog provrta, jer se lakše i točnije postižu željene mjere osovine.

U ISO sistemu dosjedi su razvrstani još i u 3 grupe po redu prednosti, *Tablica 1.4.* U pravilu je potrebno uvijek primjenjivati dosjede iz 1. prioritetne grupe.

	1. prednost	2. prednost	3. prednost
<b>H6</b>	-	j6 k6	g5 h5 j5 k5 m5 n5 p5 r5
<b>H7</b>	f6 h6 n6 r6	g6 j6 k6 s6	f6 m6 p6
<b>H8</b>	f7 h9 u8 x8	d9 e8	c9 f8 h8
<b>H9</b>	h9	c11 h11	d10 e9 f8 h8
<b>H11</b>	h9	a11 c11 d9 h11	b11 d11
<b>H12</b>	-	-	h12
<b>H13</b>	-	-	h13

**Tablica 1.4.** Grupe prednosti dosjeda, prema primjeru [3]

### 1.2.3. Tolerancije oblika i položaja

Pored odstupanja dužinskih mjera strojnih dijelova dolazi i do odstupanja njihovih konturnih linija i površina od idealnih geometrijskih oblika. Zbog toga nije moguće postići točno nalijeganje površina i podudaranje osi. Uzroci odstupanja oblika i položaja su u osnovi isti kao i uzroci odstupanja dužinskih mjera.

Kod tolerancija oblika toleriraju se sljedeća svojstva:

- Pravocrtnost
- Ravnost
- Kružnost
- Cilindričnost
- Oblik crte
- Oblik plohe

Kod tolerancija položaja razlikuju se:

- Odstupanja po pravcu
- Odstupanja po mjestu
- Odstupanje rotacijskih površina

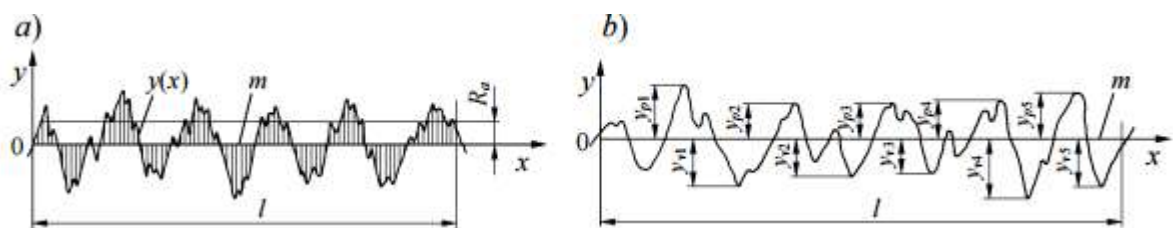
Obzirom na zahtijevanu točnost izrade strojnih dijelova, odstupanja oblika i položaja je potrebno omeđiti i propisivanjem potrebnih tolerancija. Ako na radioničkom nacrtu

nije posebno propisana tolerancija oblika i položaja, moraju se dati potrebna odstupanja u sklopu tolerancija dužinskih mjera.

#### 1.2.4. Tolerancije hrapavosti površina

Hrapavost površine je u općem smislu mikogeometrijska nepravilnost površine, koja nastaje tijekom postupaka obrade ili drugih utjecaja. Hrapavost površine u određenim slučajevima bitno utječe na radna svojstva strojnih dijelova, posebno na mjestima međusobnog spoja pojedinih elemenata. Općenito, strojni dijelovi s manjom hrapavošću imaju veću dinamičku čvrstoću, veću otpornost na koroziju, veću sposobnost nalijeganja, bolje prenose toplinu itd. Kako je postizanje niskog stupnja hrapavosti uvijek povezano s duljim i skupljim postupcima obrade, ono ima za posljedicu povećanje cijene strojnog dijela.

Veličina hrapavosti obično se mjeri obzirom na srednju referentnu crtu profila neravnine ( $m$ ), koja dijeli profil tako, da je unutar mjerne duljine veličina svih kvadrata odstupanja profila od te crte najmanja, *Slika 1.4*. Parametri hrapavosti određeni su standardom DIN 4762.



**Slika 1.4.** Srednje aritmetičko odstupanje hrapavosti površine [3]

a) srednje aritmetičko odstupanje profila  $R_a$  b) način određivanja srednje visine neravnine  $R_z$

Za procjenjivanje hrapavosti površine u strojarskoj praksi najčešće se upotrebljava srednje aritmetičko odstupanje profila  $R_a$ , koje je jednako srednjoj aritmetičkoj vrijednosti apsolutnih vrijednosti visine profila neravnina na mjernoj duljini  $l$ .

$R_a$  [ $\mu\text{m}$ ] srednje aritmetičko odstupanje profila

$l$  [ $\mu\text{m}$ ] mjerna duljina hrapavosti površine

$y(x)$ ,  $y_i$  [ $\mu\text{m}$ ] visina profila hrapavosti s obzirom na srednju referentnu crtu

$x$  [ $\mu\text{m}$ ] dužina uzduž mjerne duljine

$n$  broj točaka procjenjivanja visine profila uzduž mjerne duljine

Kao parametar hrapavosti često se upotrebljava srednja visina neravnina  $R_z$ , koja je jednaka zbroju aritmetičke sredine apsolutnih vrijednosti visine pet najviših vrhova i aritmetičke sredine apsolutnih vrijednosti pet najvećih dubina udolina na mjernoj duljini  $l$ .

—

$R_z$  [ $\mu\text{m}$ ] srednja visina neravnina

$y_{pi}$  [ $\mu\text{m}$ ] visina  $i$ -tog najvišeg vrha

$y_{vi}$  [ $\mu\text{m}$ ] udubina  $i$ -te najniže udoline

Važan parametar hrapavosti jest i najveća visina profila  $R_y$ , koja je definirana kao udaljenost između dva pravca paralelna sa srednjom linijom profila, povučena tako da u granicama mjerne duljine dodiruju najvišu, odnosno najnižu točku profila. Ovaj parametar jednak je parametru  $R_{\max}$  (najveća visina neravnina) definiranom HRN standardom. Približno je  $R_{\max} = 6,4 R_a$ .

Prema standardu HRN M.A0.065 i DIN ISO 1302, hrapavosti tehničkih površina su podijeljene u 12 stupnjeva, ovisno o najvećoj vrijednosti srednjeg aritmetičkog odstupanja  $R_a$ , *Tablica 1.3*. U istoj su tabeli, radi mogućnosti usporedbe, navedeni i razredi hrapavosti.

Stupanj hrapavosti			N1	N2	N3	N4	N5	N6	N7	N8	N9	N10	N11	N12	
Razred hrapavosti		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Ra [ $\mu\text{m}$ ]		0,0 12	0,0 25	0,0 5	0,1	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2	6,3	12, 5	25	50	100
Rz [ $\mu\text{m}$ ]		0,0 5	0,1	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2	6,3	12, 5	25	50	100	200	400
Ručna obrada	Grubo turpijanje														
	Fino turpijanje														
Lijevanje	U pijesak														
	U kokili														
Kovanje	Toplo, slobodno														
	Toplo u ukovnju														
	Hladno u ukovnju														
Valjanje	toplo														
	hladno														
Pjeskarenje															
Tokarenje	Grubo														
	Fino														
Blanjanje	Grubo														
	fino														
Provlačenj e	Grubo														
	Fino														
Glodanje	Grubo														
	Fino														
Bušenje															
Razvrtavanje															

Brušenje	Grubo													
	fino													
Poliranje	mehaničko													
	električno													
Honanje, lepanje														
Superfinaš														

**Tablica 1.5.** Stupnjevi i razredi hrapavosti površina, prema primjeru [3]

### 1.2.5. Tolerancije slobodnih izmjera

Slobodne izmjere su one izmjere kod kojih odstupanja od nazivnih vrijednosti ne utječu na upotrebljivost dijelova. One se ostvaruju uobičajenim proizvodnim postupkom pa njihova odstupanja leže u granicama tog postupka obrade. Tolerancije slobodnih izmjera dopuštena su odstupanja od željenih izmjera koja se ne unose na crteže, tako da se nazivne izmjere na kotama upisuju bez navođenja tolerancijskog polja. Slobodne izmjere odnose se na dijelove koji ne tvore dosjede, pa se zato ne toleriraju osim ako je potrebno suziti stupanj točnosti izmjera.

Odstupanja slobodnih izmjera za obrađene dijelove možemo vidjeti u *Tablici 1.6*, a njihova je veličina propisana prema ISO 2768 i svrstana u četiri razreda točnosti:

- **f** – fino
- **m** – srednje
- **c** – grubo
- **v** – vrlo grubo

Stupanj točnosti	Područje nazivne mjere (mm)							
	Do 3	3-6	6-30	30-120	120-400	400-1000	1000-2000	2000-4000
f	±0,05	±0,05	±0,1	±0,15	±0,2	±0,3	±0,5	-
m	±0,1	±0,1	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2

c	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2	±3	±4
v	-	±0,5	±1	±1,5	±2,5	±4	±6	±8

Tablica 1.6. Tolerancije slobodnih izmjera, prema primjeru [3]

### 1.3. Preporuke za izbor tolerancijskih polja

ISO sustav za tolerancije daje mogućnost uporabe 560 različitih tolerancija od 28 položaja tolerancijskih polja, te 20 temeljnih tolerancija (IT). Proizvodna poduzeća nastoje broji tolerancija svesti na prihvatljiv broji, čime bi se smanjio potreban broji različitih alata, naprava i mjernih uređaja, što na kraju rezultira jeftinijom proizvodnjom. Hrvatske norme daju preporuke za izbor tolerancijskog polja, pa se npr. prema HRN M.A.I. 140 daju preporuke za izmjere do 500mm, a prema HRN M.A.I,141 za izmjere od 500 do 3150mm, što je dano i u *Tablicama 1.7, 1.8, 1.9.*

	a	b	c	d	e	f	g	h	j	js	k	m	n	p	r	s	t	u	v	x	y
IT4						■	■	■		■	■	■	■	■	■	■					
IT5				■	■	■	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	■	■	■	■	■
IT6				■	■	○	●	⊗	●	■	●	○	⊗	○	⊗	●	■	■	■	■	■
IT7				■	■	⊗	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
IT8					●	○		○		■								⊗		⊗	
IT9	■	■	○	●	○	■		⊗		■											
IT10				○				■		■											
IT11	●	○	●	○				●		■											
IT12								○		■											
IT13								○		■											

Značenje simbola: ■ - može; ○ - dobro; ● - preporučeno; ⊗ - prioritet

Tablica 1.7. Preporuke za tolerancijska polja rukavca do 500mm [2]



	A	B	C	D	E	F	G	H	J	JS	K	M	N	P	R	S	T	U	V	X	Y
IT4							■		■												
IT5				■	■	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■					
IT6			■	■	■	○	○	○	■	○	○	○	○	○	○	■	■	■	■	■	
IT7			■	■	○	●	⊗	○	■	○	○	○	○	○	○	○	○	■	■	■	
IT8	■	■	■	○	⊗		⊗	■	■	■	■	■	■	■	■						
IT9	■	○	○	○	■		○		■				■								
IT10				⊗	■			■		■			■								
IT11	●	○	⊗	○				●		■			■								
IT12							○		■												
IT13							○		■												

Značenje simbola: ■ - može; ○ - dobro; ● - preporučeno; ⊗ - prioritet

Tablica 1.8. Preporuke za tolerancijska polja provrta do 500mm [2]

	c	d	e	f	g	h	j	js	k	m	n	p	r	s	t	u	v	x	y	z
	C	D	E	F	G	H	J	JS	K	M	N	P	R	S	T	U	V	X	Y	Z
IT6					■	■		■	■	■	●	■	●							
IT7					●	●		●	●			■	■	●	■	●	■	■	■	■
IT8				●				●	■											
IT9			●					■												
IT10		●						■												
IT11								■												
IT12						■		■												
IT13						■		■												
IT14						■		■												

Značenje simbola: ■ - može; ○ - dobro; ● - preporučeno; ⊗ - prioritet

Tablica 1.9. Preporuke za tolerancijska polja provrta i rukavca od 500 do 3150mm [2]

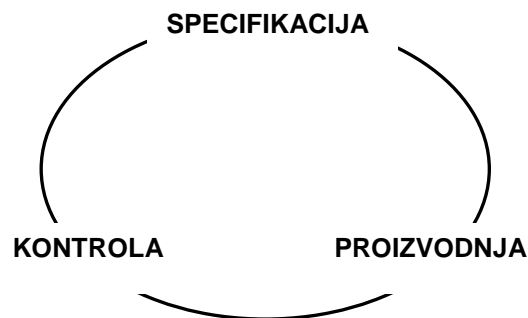
## 2. Statističke tolerancije

Kako proizvodnja sve više teži većoj kvaliteti proizvoda, mnogo se ulaže napora u nadziranju i kontroliranju varijacija. Dimenzijske varijacije u proizvodnji dijelova kritično djeluju na finalni proizvod. Jedan od efektivnih alata za kontroliranje takvih varijacija je provođenje statistike tolerancija.

Statistika tolerancije je procedura koja se temelji na određenim statističkim principima. Budući da je proizvodnja statistički proces na koji utječu mnoge slučajne veličine, parametri proizvoda imaju neku ciljnu (srednju) vrijednost i neko rasipanje oko srednje vrijednosti. U praksi, zahtjevima norme ili određene tehnologije propisuje se da vrijednost određenog parametra ima ciljnu (srednju) vrijednost, a rasipanje vrijednosti ne smije biti tako da vrijednost parametra bude manja od donje granične vrijednosti, odnosno veća od gornje granične vrijednosti. Ovi uvjeti moraju biti ispunjeni kako bi proizvodi bili međusobno zamjenljivi. Manje rasipanje znači veća kvaliteta.

Statističke tolerancije su danas neizostavne, te sve više ulaze u primjenu kod industrijske proizvodnje. Jedan od pokretača statističkih metoda bio je Watler A.

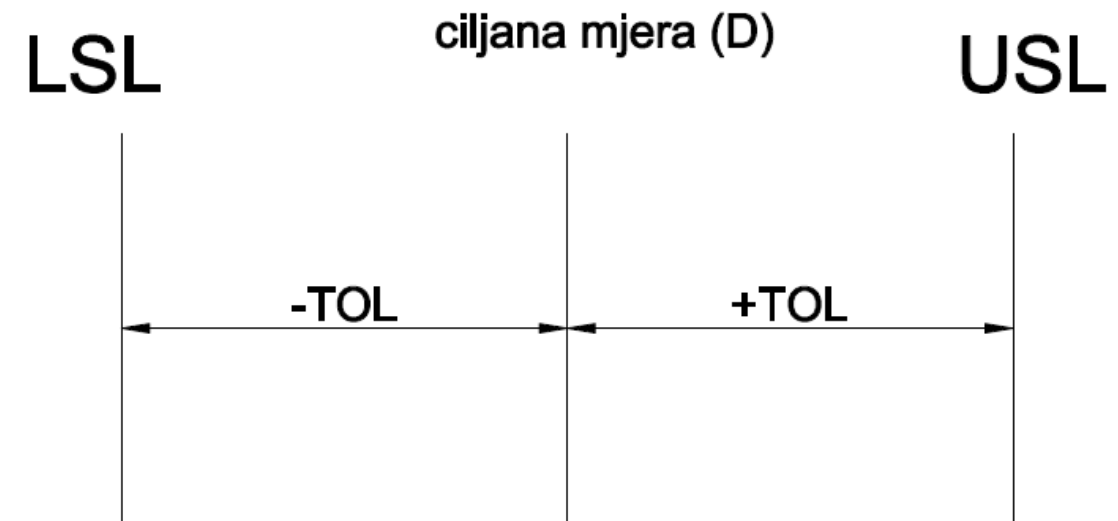
Shewhart koji je 1939. izjavio: „Općenito govoreći, postoje tri koraka u procesu kontrole kvalitete: specifikacija onoga što se želi, proizvodnja onoga što bi zadovoljilo specifikacije, te pregled stvari koje su proizvedene dali zadovoljavaju specifikacije“. Ta tri koraka se ne smiju gledati pojedinačno nego kao neprekidan krug *Slika 2.1*, kod čega se statističke tolerancije bave sa statističkim specifikacijama onoga čega se želi.



**Slika 2.1** Shewhartov krug, prema primjeru [7]

U početku je bio problem da su inženjeri koristili statističke metode u njihovim nacrtima, ali nisu imali standardizirane pojmove za označivanje na tehničkim crtežima. Od tada se statističke metode razvijaju i poboljšavaju te su prve statističke tolerancije obrađene u normama ASME Y14.5M-1994 i ASME Y14.5.1M. Tamo je pojašnjeno kako koristiti statističke tolerancije, naznačeni su temeljni principi aritmetičkih i statističkih tolerancija, te su predloženi oznake *Slika 2.2* i simbol za označivanje statističkih tolerancija na tehničkim crtežima.





**Slika 2.2** Označavanje tolerancija, prema primjeru iz [4]

LSL – donja granica tolerancije

USL – gornja granica tolerancije

T – područje tolerancije ( $T=2 \text{ TOL}$ )

D – ciljana mjera  $(LSL+USL)/2$

## 2.1. Statistička analiza tolerancija

Statistička analiza tolerancija je proces analiziranja varijacija tolerancija komponenti u svrhu procjene sveukupne razine varijacije završnog proizvoda tj. sklopa koji mora ispuniti zahtjeve klijenata. Model analize tolerancija može biti vrlo složen čime su tolerancije izlazne vrijednosti funkcijski povezane sa ulaznim vrijednostima matematičkog modela. Simulacijsko modeliranje u svrhu određivanja statističkih tolerancija dobiva sve više pažnje od strane inženjera, stručnjaka za kvalitetu, te

ostalim stručnjaka diljem svijeta. Statističko određivanje tolerancija je viša razina određivanja tolerancija pri kojoj se određuju statističke karakteristike varijable  $Y$  koje su određene varijacijom varijable  $X$ . Postoje razni načini kako obaviti tu analizu kao što su:

- Metoda najgorih slučajeva (Worst Case Analysis – WCA)
- Suma kvadrata korijena (Root Sum of Squares – RSS)
- „Six sigma“ metoda

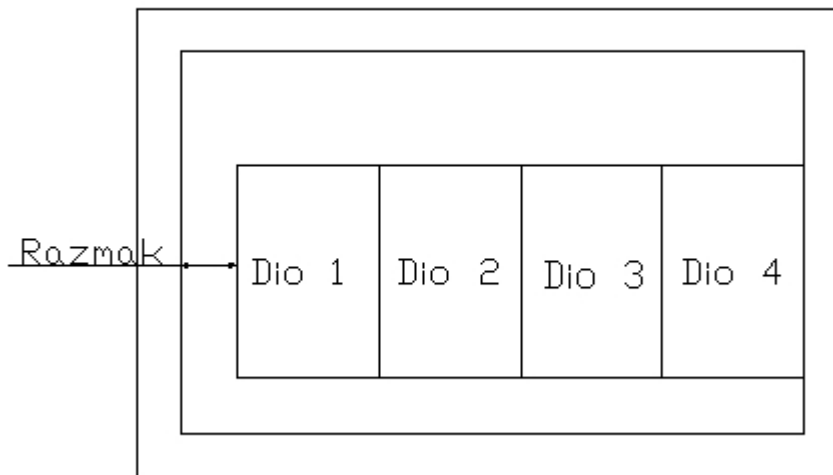
Analiza tolerancija se koristi kada želimo dobiti informaciju o statističkim svojstvima izlaznih podataka. Analiza će nam dati odgovore na sljedeća pitanja:

- Koja je srednja vrijednost izlaznih podataka?
- Koliko je standardno odstupanje izlaznih podataka?
- Koliki je postotak izlaznih podataka koji se nalaze unutar zadanih granica?
- Kakva je raspodjela izlaznih podataka?
- Koja od ulaznih varijabli ima najveći utjecaj na promjenjivost izlaznih podataka?
- Koje od ulaznih varijabli moraju zadovoljavati zadane uvjete?
- Kako se kontrola kvalitete testira na proizvodu?

Tijekom procesa komercijalizacije često moramo odrediti utjecaj višestrukih uzroka varijacija rezultata konačnog proizvoda. Kako razvijamo reprezentativne modele za pojedinačne komponente proizvoda koristimo te informacije da bi procijenili sveukupni stupanj odstupanja koji očekujemo kod konačnog proizvoda.

Proces analiziranja varijacije komponenata proizvoda te dizajniranja krajnjeg proizvoda koji zadovoljava uvjete postavljene od strane klijenata je poznat kao statističko toleriranje.

Pretpostavimo figurativno da radimo proizvod koji se sastoji od nekoliko dijelova koji se postavljaju u jedno kućište *Slika 2.3*. Pretpostavimo da smo izabrali kućište te moramo odrediti broj dijelova koji će se nalaziti unutar tog kućišta. Prema slici možemo pretpostaviti da u kućište stanu samo četiri dijela, međutim, isto tako možemo uočiti da kada se ti dijelovi postave jedan do drugoga postoji određeni razmak između zadnjeg dijela i jedne strane kućišta. Korištenjem statističkih metoda možemo saznati dali je razmak važan, te procjenjujemo veličinu razmaka.



**Slika 2.3** Kućište sa dijelovima, prema primjeru [6]

Osnovni koncept u statističkoj analizi tolerancija je linearizacija jednadžbe tj. funkcije koristeći Taylorove redove. Momenti izlazne varijable su jednaki momentima Taylorovog reda. Momenti Taylorovog reda mogu se dobiti direktno iz momenata ulaznih varijabli. Nadalje distribucija izlazne varijable se može aproksimirati iz njezina prva četiri momenta koristeći Pearsonove distribucije ili neku drugu distribuciju sa ista prva četiri momenta.

Početni korak u statističkoj analizi tolerancija je razviti funkciju koja povezuje ulazne i izlazne podatke u Taylorov red oko srednje vrijednosti ulaznih varijabli (1). Prema tome,  $R$  nam predstavlja izlaznu varijablu, a  $h(x_1, x_2, \dots, x_n)$  predstavlja funkcijsku jednadžbu gdje su  $x_1, x_2, \dots, x_n$  izlazne varijable. Taylorov red onda glasi:

(1)

Parcijalne derivacije izjednačene su oko srednjih vrijednosti ulaznih varijabli kao što su  $x_{i0}$  te  $x_{j0}$ , a  $R_0$  je vrijednost funkcije oko srednje vrijednosti svake od slučajnih varijabli. Razvijanje u Taylorov red je uobičajen način linearizacije nelinearnih funkcija. Primjenjiv je pri većini računalnih postupaka koji opisuju fizičke pojave, te, u pravilu, razvijanje u Taylorov red daje točne rezultate kada izrazi višeg reda teže u

beskonačno. U analizi tolerancija, Taylorovi redovi su ograničeni ili na redove prvog (linearna analiza) ili drugog reda (2).

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$

(2)

Izrazi koji sadrže prvu parcijalnu derivaciju te  $R_0$  tvori aproksimaciju prvog reda, a cijeli izraz je aproksimacija drugog reda. Ovo je aproksimacija za  $R$  koja je važeća za mnogo različitih problema. Nelinearne funkcije viših redova zahtijevati de uključivanje izraza višeg reda (3). Ako aproksimacija ne daje dobre rezultate možda je moguće  $R$  zamijeniti sa  $\log R$  ili sa  $(R)^{1/2}$ . Ukoliko ni to nije moguće, potrebno je koristiti neku drugu metodu kao što je Monte Carlo simulacija.

(3)

gdje je

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$

Zbog jednostavnosti, nadalje demo standardizirati ulazne varijable tako da im je srednja vrijednost nula, a standardno odstupanje jedan. Prema tome:

gdje je standardno odstupanje  $i$ -te ulazne varijable.

Za ovu transformaciju redefinirati demo koeficijente kao:

Sada možemo prikazati  $R$  kao:

gdje je  $R_0$  povratna informacija kada su sve ulazne varijable na svojim srednjim vrijednostima,  $x_{i0}$ . Sada možemo primijetiti da svi faktori  $X_i, i=1,2,\dots,n$ , imaju srednju vrijednost nula te varijancu jedan.

Da bi odredili postotak izlaznih podataka koji se nalaze unutar zadanih granica ili izvan njih, nužno je napraviti procjenu gustoće funkcije. U analizi tolerancija pretpostavlja se normalna funkcija gustoće kao gustoća funkcije izlaznih podataka. Pretpostavka o normalnoj funkciji gustoće temelji se na centralnom graničnom teoremu. Ako su na raspolaganju podaci, moguće je prilagoditi podatke različitim vrstama raspodjela. U slučaju nenormalno distribuiranih podataka koristi se statističke metode prilagođene za tu vrstu podataka.

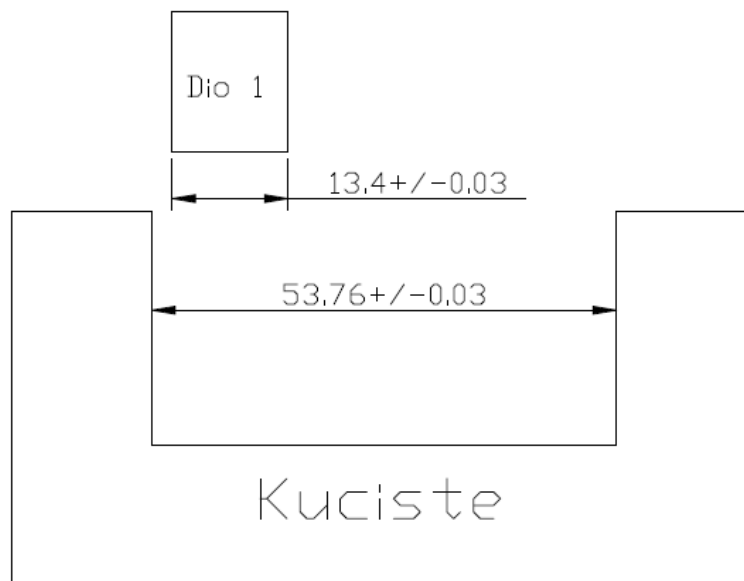
## **2.2. Metoda najgorih slučajeva (Worst Case Analysis – WCA)**

Ova metoda je klasična „stack up“ analiza koja se najviše primjenjuje samo za kritične sustave. Ona garantira da se vrijednosti varijable  $Y$  biti unutar njenih granica tolerancija ako su sve varijable  $X$  koje ulaze u proces unutar svojih granica tolerancija. Klijenti očekuju barem takvu razinu kvalitete koja osigurava da se dijelovi moći sklopiti tek tada će sklop izvršavati svoju funkciju tj. biti ispravan.

Kod Worst Case metode su specificirane u obliku  $(1,00\pm 0,03)$ mm. Veličina 0,03 mm predstavlja maksimalni iznos za koji dobra jedinica može odstupati od srednje

vrijednosti. Ovaj interval se također može zapisati u obliku (0,97, 1,03) mm. Dio koji svojim dimenzijama ne pada u ovo područje ne zadovoljava tražene tolerancije smatra se nefunkcionalnim tj. defektnim. Kod ove metode dimenzije dijelova se mogu nalaziti bilo gdje unutar ovog intervala. Dimenzije svih dijelova mogu biti na 0,97 mm ili na 1,03 mm te isto tako mogu biti bilo gdje između.

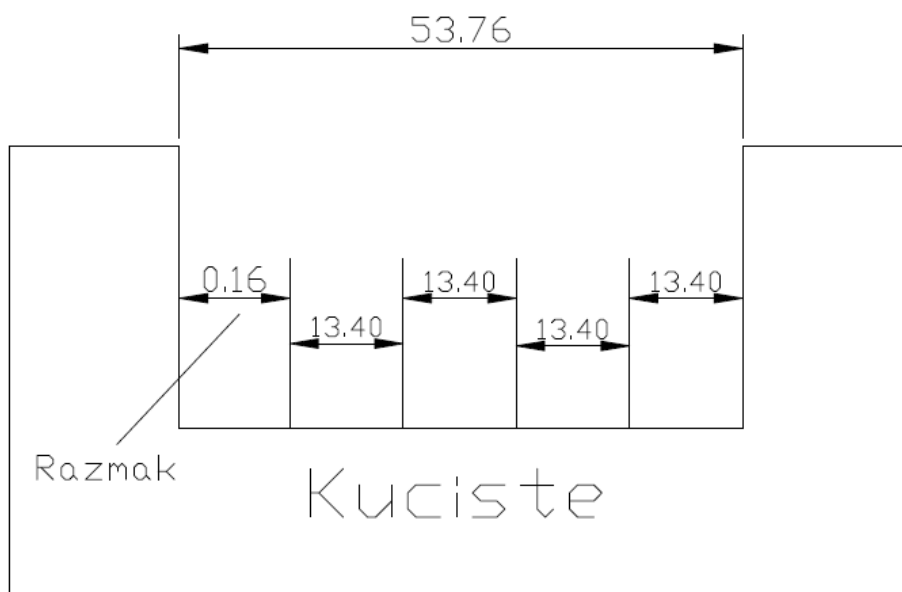
Ova metoda je prikazana pomoću primjera sklopa kućišta i četiri dijela koja ulaze u to kućište *Slika 2.4*.



**Slika 2.4** Primjer dužine dijela i kućišta sa tolerancijama, prema primjeru [6]

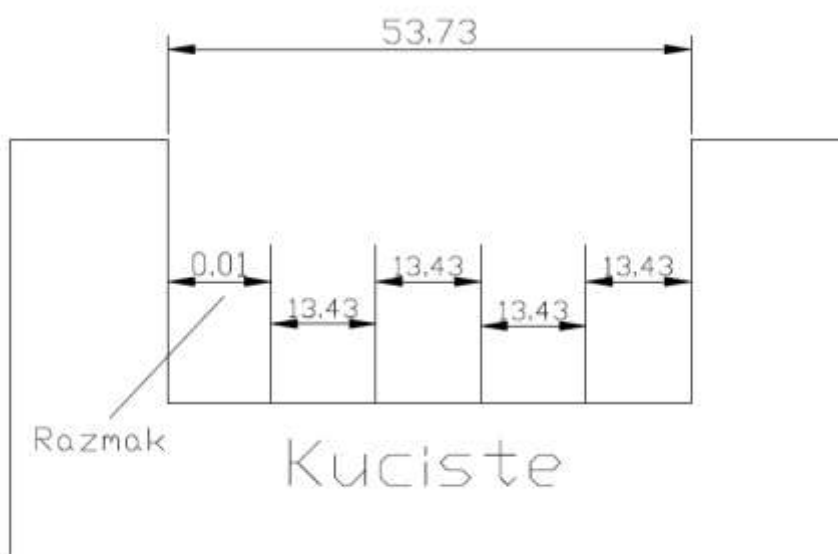
U ovoj metodi moramo imati dodatne informacije o dimenzijama pojedinačnih dijelova i kućišta koje smo izabrali. Svaki dio ima nominalnu dužinu 13,40 mm *Slika 2.5*, dok kućište ima očekivanu dužinu od 53,76 mm.





**Slika 2.5** Kotirano kućište da dijelovima i razmakom, prema primjeru iz [6]

Koristeći ovu informaciju možemo odrediti broj pojedinačnih komada koji će stati u kućište. Možemo također pretpostaviti moguću dužinu razmaka kao što se vidi na *Slika 2.6*. Očekujemo da ćemo uspjeti staviti četiri dijela u svaki red kućišta s obzirom na odabranu dužinu kućišta. Pri tome očekujemo da će srednja vrijednost dužine razmaka biti 0,16 mm. Problem je da i pojedinačni dijelovi i kućište imaju odstupanje srednje vrijednosti dužine od  $\pm 0,03$  mm *Slika 2.6*. Koristeći srednje vrijednosti dužine i odstupanja pojedinačnih dijelova i kućišta moguće je odrediti srednje vrijednosti i najnepovoljnije vrijednosti dužine razmaka.



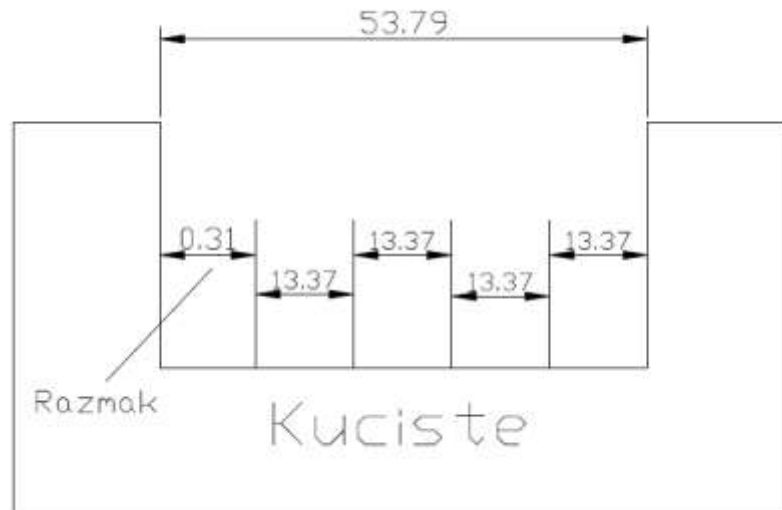
**Slika 2.6** Najmanji mogući razmak, prema primjeru [6]

Minimalna procjena dužine razmaka je dobivena oduzimanjem najvećih procijenjenih vrijednosti dužina pojedinačnih dijelova od najmanje procijenjene vrijednosti dužine kućišta *Tablica 2.1*.

	Srednja vrijednost	Srednja vrijednost pojedinačnih dijelova	Min. duljina	Max. duljina pojedinačnih dijelova	Max. duljine	Min. duljine pojedinačnih dijelova
Kućište	53,76		53,73		53,79	
Dio 1		-13,4		-13,43		-13,37
Dio 2		-13,4		-13,43		-13,37
Dio 3		-13,4		-13,43		-13,37
Dio 4		-13,4		-13,43		-13,37
Zbroji		-53,60		-53,72		-53,48
Razmak		0,16		0,01		0,31

**Tablica 2.1** Veličine sklopa, prema primjeru [6]

Koristeći ove vrijednosti određujemo da je najmanja moguća dužina razmaka 0,01 mm *Slika 2.6*. Slično tome, maksimalna dužina razmaka određuje se oduzimanjem najmanje moguće dužine pojedinačnih dijelova te najveće moguće dužine kućišta. Iz te relacije dobivamo da je najveća moguća dužina razmaka 0,31 mm *Slika 2.7*.



**Slika 2.7** Najveći mogući razmak, prema primjeru [6]

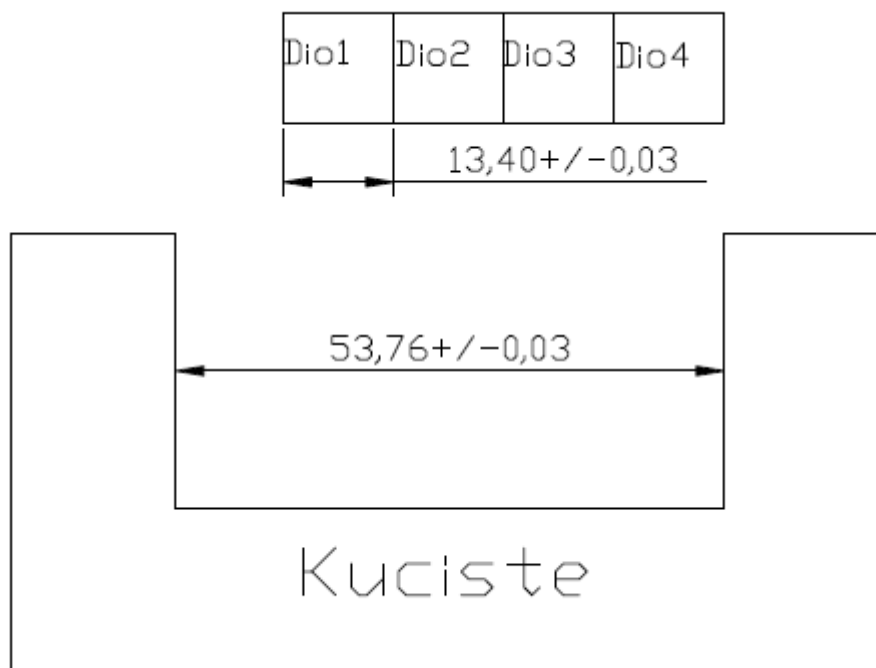
Sada razumijemo da je očekivani razmak između zadnjeg dijela u redu i stranice kućišta 0,16 mm, ali isto tako znamo da on može varirati od 0,01 mm do 0,31 mm.

### 2.3. Suma kvadrata korijena (Root Sum of Squares – RSS)

Ova metoda je realističnija u odnosu na prethodnu gdje su izgledi da će se pojaviti najgori mogući scenarij vrlo mali. Zahtjeva blaže tolerancije sastavnih dijelova, a time i nižu cijenu izrade, ali se može pojaviti nesukladnost kod sastavljanja. Da bi objasnili ovu metodu osvrnut ćemo se opet na primjer koji smo koristili i prije *Slika 2.8*.

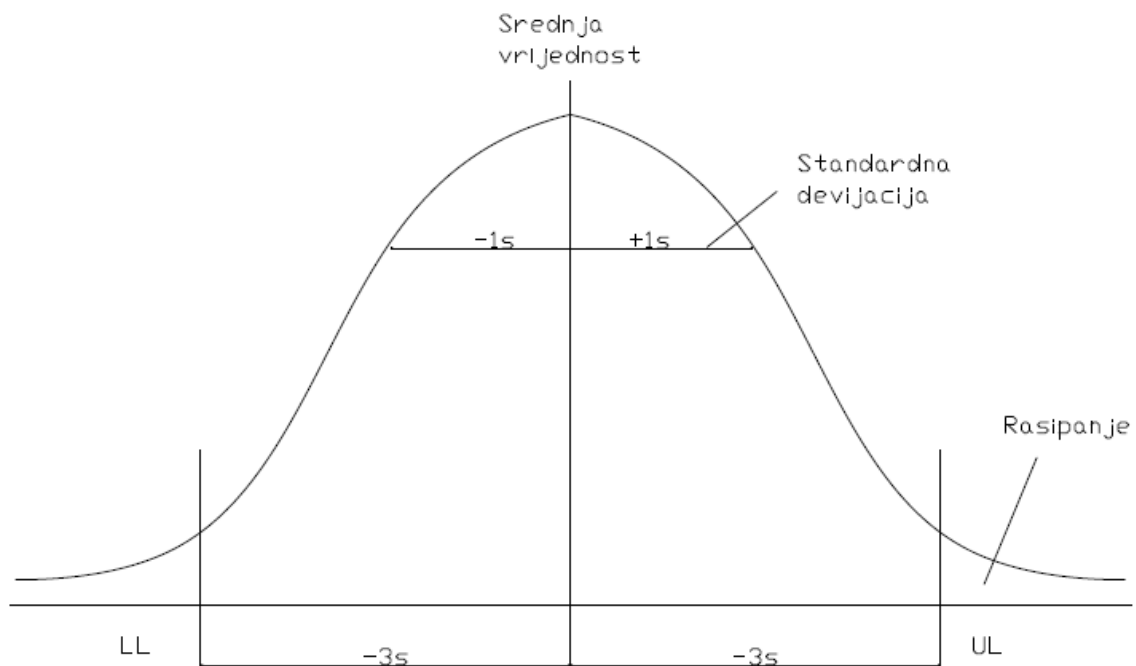
Najgori mogući scenarij tj. najnepovoljnije vrijednosti dimenzija dobivamo kada zbrojimo svaki od dijelova u sklopu koji ima najveće moguće dimenzije, tj kad je vrijednost odstupanja dimenzije svakog dijela maksimalna u odnosu na nominalnu. Za ovaj proizvod najgori mogući ishod se računa prema izrazu:

$$\text{Dio1} + \text{Dio2} + \text{Dio3} + \text{Dio4} + \text{Kućište} = 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 + 0,03 = 0,15\text{mm}$$



**Slika 2.8** Primjer kućišta sa dijelovima, prema primjeru [6]

Do realističnije procjene odstupanja se dolazi kada se uzme u obzir da se odstupanja mogu zbrajati. Ako je tolerancija razmaka plus ili minus 3 standardne devijacije (Slika 2.9), tj normalna raspodjela, onda se može izračunati po formuli:



**Slika 2.9**Normalna razdioba, prema primjeru [6]

Pretpostavimo sada da  $\pm 0,03$  mm predstavlja standardnu devijaciju za svaki dio u kućištu. Izračunamo standardnu devijaciju svake komponente koja iznosi 0,01 mm.

Korištenjem svojstava zbrajanja varijanci, sada možemo odrediti standardnu devijaciju razmaka u sklopu.

---

Ako je tolerancija razmaka plus ili minus 3 standardne devijacije, može se izračunati kao:

---

Sada zbrojimo nazivne mjere dijelova te na to dodajemo tolerantno polje  $\pm 0,067$  koje smo dobili standardnom devijacijom i dobijemo koju će max i min mjeru imati dijelovi ako se poslože skupa.

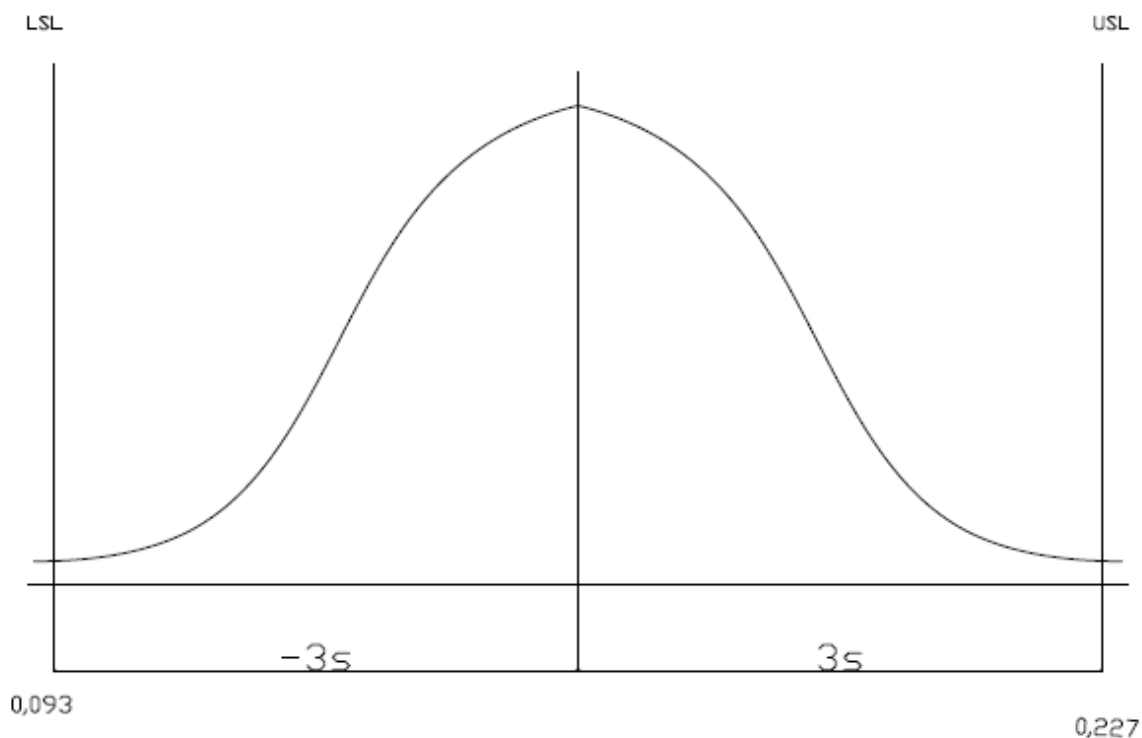
$$13,40+13,40+13,40+13,40 = 53,6\pm 0,067$$

Koristeći novu vrijednost koju smo dobili za toleranciju korijena zbroja kvadrata možemo dobiti novi očekivani raspon tolerancija za razmak *Tablica 2.2*. Vrijednost tolerancija korijena sume kvadrata od 0,067 mm i srednja vrijednost razmaka 0,16 što smo ga prije izračunali za worst case analizu se sada koristi da bi se izračunala procjena minimalnog razmaka od 0,093 mm te procjena maksimalnog razmaka od 0,227 mm.

Srednja vrijednost kućišta	53,76
Srednja vrijednost za Dio 1	-13,40
Srednja vrijednost za Dio 2	-13,40
Srednja vrijednost za Dio 3	-13,40
Srednja vrijednost za Dio 4	-13,40
Srednja vrijednost razmaka	0,16
Min razmak	$0,16-0,067 = 0,093\text{mm}$
Max razmak	$0,16+0,067 = 0,227\text{mm}$

**Tablica 2.2** Raspon tolerancija za razmak

Procjena raspona korijena zbroja kvadrata je puno uža nego ona izračunata pomoću analize najgoreg slučaja (worst case). Prema tome, vidi se da je vjerojatnost prelaženja minimalnih ili maksimalnih vrijednosti razmaka mnogo realističnija. *Slika 2.10.*



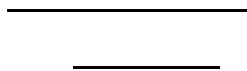
**Slika 2.10** Granice tolerancije, prema primjeru [6]

Raspon tolerancija bi zapravo trebao biti određen razlikom između gornje i donje granice specifikacija traženih od strane klijenata. Ako se ti zahtjevi ne mogu konstantno ispunjavati, možda ćemo morati proširiti taj raspon. U ovom slučaju, korijen zbroja kvadrata nam daje usmjerenja kako prilagoditi taj raspon ,tj. područje zadovoljavajućih rezultata.

## 2.4. „Six sigma“ metoda u tolerancijama

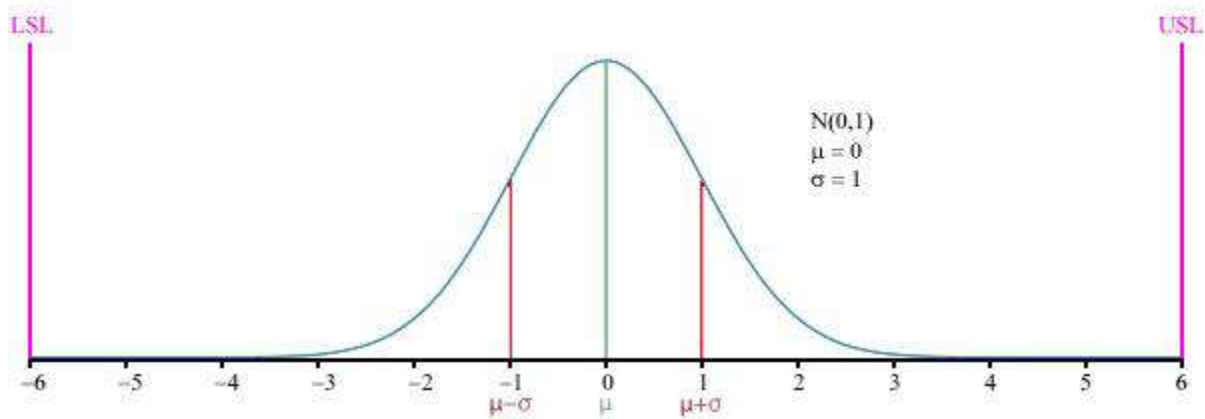
Six Sigma je istodobno poslovna strategija kao i metoda za unapređenje kvalitete. S korištenjem ovog modela započela je Motorola 80-tih godina prošlog stoljeća. Budući da su za ovaj koncept karakteristična brojna mjerenja i uporaba brojčanih pokazatelja, isprva je najpopularniji bio u manufakturnoj industriji, dok se u posljednje vrijeme proširio i na uslužni sektor. Six Sigma teži poboljšanju kvalitete proizvoda procesa pomoću identifikacije i otklanjanja uzročnika nepravilnosti (grešaka) i minimalizacijom varijabilnosti u proizvodnji i poslovnim procesima. Ova strategija se koristi nizom metoda upravljanja kvalitetom, uključujući statističke metode, te stvara specifičnu infrastrukturu ljudi unutar organizacije (crni pojas, zeleni pojas itd.) koji su eksperti u toj metodi. Svaki Six sigma projekt koji se provodi u nekoj organizaciji prati definirani niz koraka te ima kvantificirane financijske ciljeve (smanjenje cijene ili povećanje profita).

Izraz Six Sigma je nastao iz terminologije povezane sa proizvodnjom, pogotovo izrazima povezanim sa statističkim modeliranjem proizvodnih procesa. Zrelost proizvodnog procesa se može opisati pomoću sigma razreda koji pokazuje njegovu uspješnost, ili postotak proizvoda bez nesukladnih jedinica. Six Sigma je proces kod kojeg je 99,99966 % proizvoda ispravno (3,4 neispravna u milijun proizvedenih).

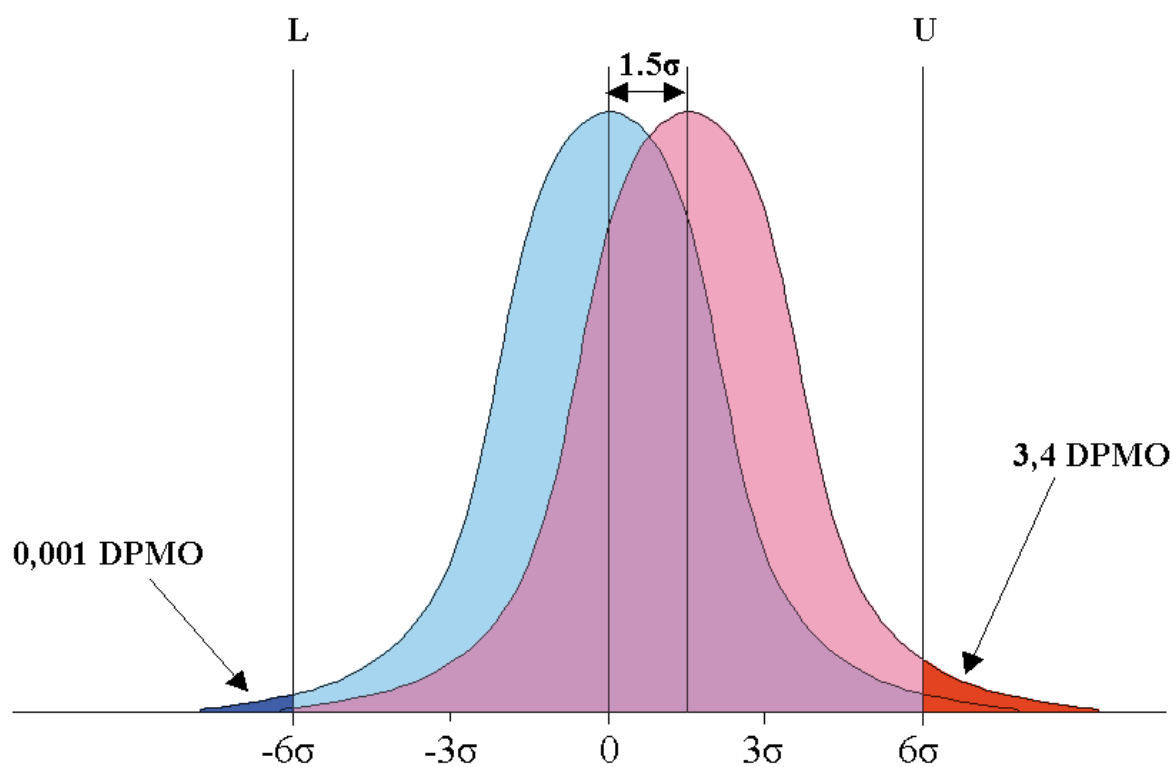


Six sigma izraz dolazi od zapažanja da ako postoji šest standardnih devijacija između srednje vrijednosti procesa te najbliže granice specifikacija svi dijelovi će udovoljiti zahtjevima. Iskustvo je pokazalo da procesi uobičajeno ne daju dobre rezultate dugoročno kao što to daju kratkoročno. Kao rezultat toga, broj sigmi koji će stati između srednje vrijednosti procesa te najbliže granice specifikacija će pasti s vremenom, što se neće dogoditi sa istim procesom kroz kraće vrijeme. Da bi se nadoknadilo ovo povećanje varijacije u praksi kroz duže vrijeme, u izračun je uračunato odstupanje od 1,5 sigma \*Slika 2.11 Tablica 2.3. prikazuje broj nesukladnosti na milijun mogućnosti.





Slika 2.11 Raspon od 6 $\sigma$  [6]

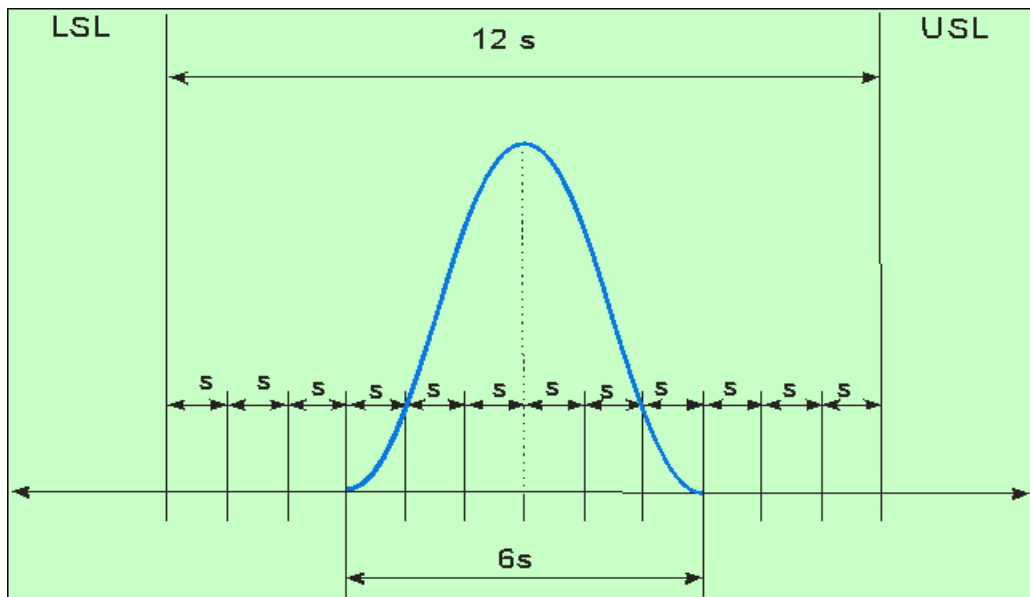


Slika 2.12 Six sigma proces (pomak od 1,5 $\sigma$ ) [6]

Širina zahtjeva U-L	Vjerojatnost %	DPMO	Pomak od 1,5 $\sigma$	
			Vjerojatnost %	DPMO
$\pm 1\sigma$	68,27	317300	30,23	697700
$\pm 2\sigma$	95,45	45500	69,13	308700
<b><math>\pm 3\sigma</math></b>	<b>99,73</b>	<b>2700</b>	<b>93,32</b>	<b>66810</b>
$\pm 4\sigma$	99,9937	63	99,3790	6210
$\pm 5\sigma$	99,999943	0,57	99,97670	233
<b><math>\pm 6\sigma</math></b>	<b>99,999998</b>	<b>0,002</b>	<b>99,999660</b>	<b>3,4</b>

**Tablica 2.3** DPMO - broj nesukladnosti na milijun mogućnosti, prema primjeru [6]

Pravilno određivanje granica tolerancije je također jako bitno da bismo uopće mogli uspostaviti optimalno ponašanje procesa. Ako su granice postavljene preširoko, rasipanje rezultata se povećava uzrokujući pad kvalitete i konkurentnosti, te rast troškova loše kvalitete. U slučaju da je tolerancijsko polje preusko, tada trošimo resurse (rad, energija, vrijeme) više nego što je potrebno da bismo imali zadovoljavajuću razinu kvalitete. Zbog toga je važno postići da granice tolerancije odražavaju baš onu vrijednost koja dijeli loše od dobrih rezultata. Ta razdjelnica između dobrog i lošeg nije uvijek očita i ovisi o suprotstavljenim faktorima, čiji kompromis daje optimalnu vrijednost granice tolerancije. Pri postavljanju specifikacija važno je pridržavati se niza smjernica koje će osigurati takav kompromis. Računa se potrebna standardna devijacija razmaka jednostavno oduzimanjem donje granice specifikacija od gornje granice specifikacija te dijeljenjem dobivenog sa 12 (jer je područje tolerancije podijeljeno na  $12\sigma$ ). *Slika 2.13.*



**Slika 2.13** Sposobnost procesa kod „šest sigma“ [6]

Ili možemo i na drugi način tako da koristimo formulu i indeks sposobnosti procesa o kome ćemo poslije. Za sada ćemo uzeti da je indeks sposobnosti  $P_p=2$ .



Ako su standardne devijacije svih komponenti jednake možemo izračunati kolika je standardna devijacija za svaku komponentu koja iznosi 0,005mm.



Dobivenim postocima možemo izračunati toleranciju razmaka kako je prikazano u *Tablica 2.4.*

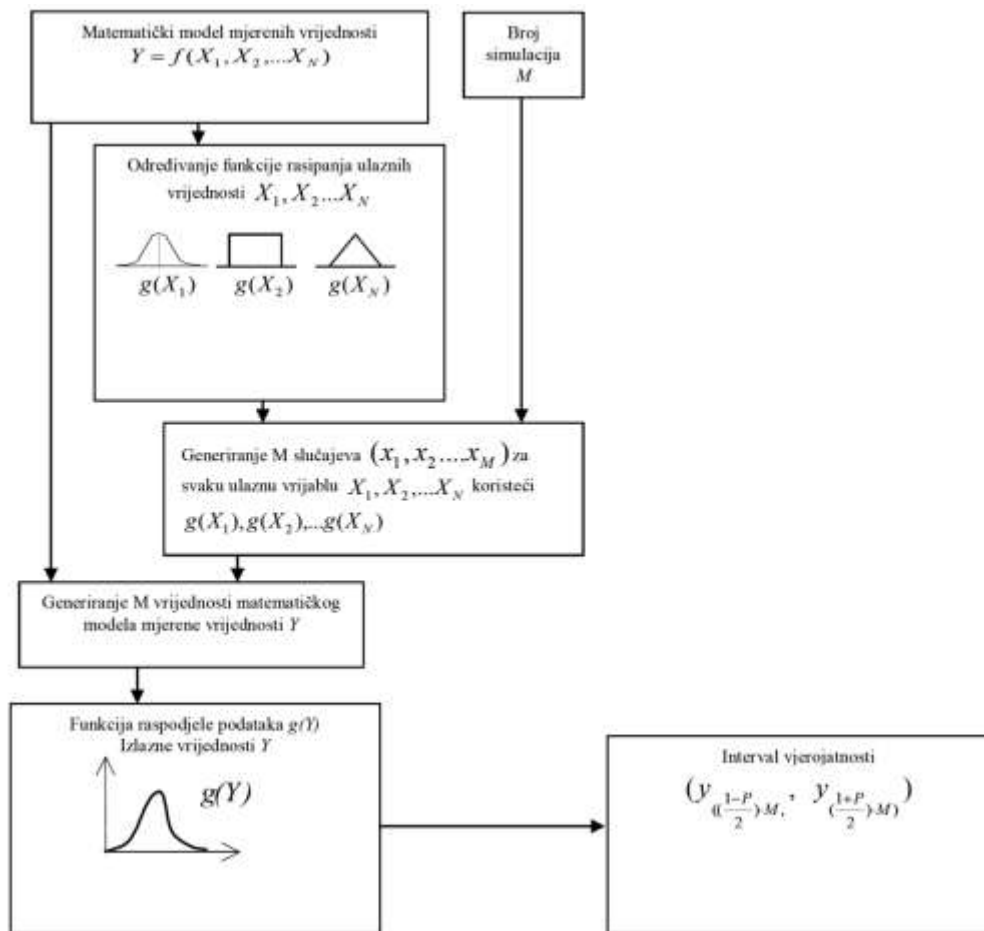
Srednja vrijednost kućišta	53,76
Zbroji srednjih vrijednosti dijelova	53,6
Srednja vrijednost razmaka	0,16
Tolerancija	$0,01117 \cdot 3 = \pm 0,03351\text{mm}$
Min razmak	$0,16 - 0,03351 = 0,1265\text{mm}$
Max razmak	$0,16 + 0,03351 = 0,1935\text{mm}$

**Tablica 2.4** Raspon tolerancija za razmak

## 2.5. Primjena Monte Carlo metode u a analizi statističke tolerancije

Naziv Monte Carlo odnosi se na široki spektar matematičkih modela i algoritama čija je glavna značajka upotreba slučajnih brojeva u rješavanju različitih problema. Najčešće je riječ o matematičkim problemima čija se rješenja ne mogu odrediti analitički ili za to ne postoje učinkoviti numerički algoritmi. Uz to, često se koriste i za provjeru rezultata dobivenih analitičkim ili drugim metodama. Zbog velikog broja matematičkih operacija i ponavljanja, Monte Carlo metode ulaze u široku upotrebu tek s naglim razvojem računala u posljednjim desetljećima dvadesetog stoljeća. Općenito govoreći, da bi se nešto prozvalo Monte Carlo eksperimentom, dovoljno je koristiti nasumične brojeve da bi se ispitali mogući rezultati eksperimenta.

Monte Carlo *Slika 2.14* simulacija je prepoznata kao pristup koji uključuje osnove moderne tehnologije te prevladava nedostatke statističke analize tolerancija. Ona je statistička simulacija temeljena na slučajnim događajima. Svaki generirani slučajan događaj predstavlja jedan eksperimentalno namješteni ishod. Korištenjem odgovarajuće krivulje rasipanja podataka te generatora slučajnih vrijednosti dobiva se realna distribucija podataka izlazne varijable. Formalno, za vektor ulazne varijable  $X$  pomoću prije napisanog algoritma formulira se izlazni vektor varijable  $Y$ . Postupak se ponavlja dovoljan broj puta npr.  $M$  puta pomoću kojeg dobivamo  $M$  vrijednosti izlazne varijable  $Y$  koje se koriste da bi se odredila funkcija rasipanja izlaznih podataka. Iz eksperimentalne krivulje procjenjuje se očekivana vrijednost izlazne varijable  $Y$ , standardna devijacija tj. Odstupanje te interval  $(Y_{(1+P)M/2}, Y_{(1+P)M/2})$  za danu razinu vjerojatnosti  $P$ .



Slika 2.14 Shema Monte Carlo analize [6]

Ova tehnika se koristi kada želimo opisati mjerenje čija vrijednost ovisi o nekoliko faktora ili varijabli, a kada je poznat odnos između tih varijabli i mjerenja te kada su varijable nasumični podaci. Jednostavan primjer bi se odnosio na proizvodnju gdje se osovina sastavlja od 3 dijela. Od posebnog interesa nam je izmjera dužine osovine  $w$  budući da znamo da je  $w=x+y+z$  gdje su  $x$ ,  $y$  i  $z$  slučajne varijable koje predstavljaju duljine svakog dijela osovine. Dužina svakog dijela je različita zbog nepreciznosti proizvodnje, a s time varira i duljina sastavljenih osovine. Prema tome, nas zanimaju svojstva distribucije vjerojatnosti parametra  $w$ . Na primjer, inženjer koji provodi analizu želi znati srednju vrijednost dužine osovine, standardnu devijaciju tj. odstupanje dužine osovine te postotak osovine čije de se dimenzije nalaziti unutar željenih granica.

Ova tehnika se često koristi kada možemo aproksimirati fizički odnos između izlaznih podataka te ulaznih varijabli. U ovom slučaju varijabilnost predstavlja manjak znanja

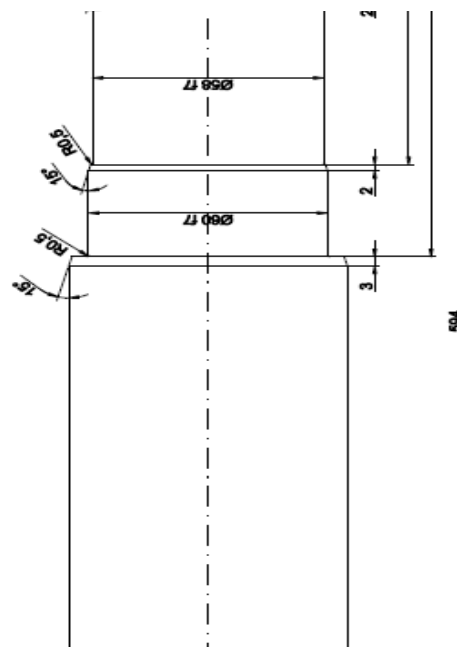
o stvarnim vrijednostima ulaznih varijabli tj. tolerancija dijela. Bitni pojmovi koje moramo znati u proučavanju ove metode su:

- Izlazni podatak – izmjera koja nas zanima tj. rezultat koji želimo dobiti, a u ovisnosti je o ulaznim podacima
- Ulazni podaci – varijable koje određuju izlazni podatak. Često kod većine ne znamo njihov točan iznos već se uzimaju slučajne vrijednosti
- Funkcijska jednadžba – odnos, veza između ulaznih i izlaznih podataka

Pretpostavlja se da su statistička svojstva slučajnih varijabli poznata ili se određuju zasebno koristeći poznate podatke. U procesu proizvodnje tolerancije obrade i pretpostavka o normalnoj raspodjeli podataka se često uzimaju u obzir. Kod drugih primjena, podaci mjerenja uzeti na sličnim proizvodima mogu se iskoristiti da bi se našao odgovarajući statistički model. Tehnike kao što su iscrtavanje vjerojatnosti se koriste kako bi se saznalo dali je određeni model prihvatljiv. Da bi koristili statističku analizu tolerancija moramo znati ili način raspodjele podataka (normalna, eksponencijalna...) ili moramo znati više matematičke momente i jednadžbu funkcije.

### 3.0. Primjena statističke analize tolerancija na konstrukcijskim pozicijama

U ovom dijelu rada ćemo na konstrukcijskom elementu *Slika 3.1* primijeniti statističku analizu tolerancija prvo na temelju zadanih tolerancija kako bi prikazali kako bi to trebalo biti u teoriji, a zatim ćemo uz pomoć konkretno izmjerenih podataka. Dobivene rezultate ćemo prokomentirati i sve prikazati Monte Carlo simulacijom. Analizirat ćemo sljedeće mjere:



Slika 3.1 Vratil

	Φ70 f7	Φ60 f7	Φ58 f7	Φ55 f7	Φ51 f7	20 P9	16 P9
Nazivna mjera:	70	60	58	55	51	20	16
Tolerancija:	-0,030	-0,030	-0,030	-0,030	-0,030	-0,022	-0,018
	-0,060	-0,060	-0,060	-0,060	-0,060	-0,074	-0,061
1.	69.960	59.960	57.950	54.950	50.955	19.955	15.965
2.	69.955	59.955	57.950	54.955	50.950	19.955	15.965

<b>3.</b>	69.965	59.960	57.965	54.955	50.960	19.960	15.965
<b>4.</b>	69.960	59.965	57.960	54.960	50.960	19.960	15.970
<b>5.</b>	69.965	59.960	57.965	54.955	50.960	19.960	15.970
<b>6.</b>	69.965	59.960	57.960	54.965	50.965	19.965	15.970
<b>7.</b>	69.960	59.960	57.965	54.965	50.960	19.965	15.965
<b>8.</b>	69.965	59.965	57.960	54.960	50.960	19.965	15.965
<b>9.</b>	69.960	59.965	57.965	54.965	50.960	19.960	15.965
<b>10.</b>	69.950	59.950	57.945	54.945	50.950	19.965	15.965
<b>11.</b>	69.950	59.955	57.955	54.950	50.950	19.965	15.960
<b>12.</b>	69.955	59.960	57.955	54.955	50.955	19.960	15.960
<b>13.</b>	69.950	59.950	57.955	54.950	50.950	19.965	15.960
<b>14.</b>	69.955	59.955	57.960	54.955	50.950	19.960	15.960
<b>15.</b>	69.960	59.965	57.965	54.960	50.955	19.955	15.955
<b>16.</b>	69.960	59.965	57.960	54.965	50.960	19.955	15.960
<b>17.</b>	69.960	59.960	57.955	54.960	50.960	19.960	15.955
<b>18.</b>	69.965	59.960	57.965	54.965	50.965	19.960	15.960
<b>19.</b>	69.965	59.960	57.965	54.965	50.960	19.965	15.960
<b>20.</b>	69.955	59.955	57.950	54.950	50.950	19.965	15.955
<b>21.</b>	69.955	59.960	57.960	54.955	50.955	19.960	15.955
<b>22.</b>	69.960	59.960	57.955	54.960	50.955	19.965	15.955
<b>23.</b>	69.970	59.965	57.965	54.965	50.965	19.965	15.955
<b>24.</b>	69.945	59.950	57.945	54.945	50.945	19.970	15.955
<b>25.</b>	69.950	59.945	57.945	54.945	50.950	19.970	15.950



<b>26.</b>	69.950	59.950	57.950	54.950	50.955	19.965	15.960
<b>27.</b>	69.955	59.955	57.950	54.950	50.955	19.965	15.960
<b>28.</b>	69.955	59.950	57.955	54.955	50.955	19.970	15.965
<b>29.</b>	69.960	59.960	57.965	54.955	50.960	19.965	15.960
<b>30.</b>	69.965	59.965	57.965	54.960	50.965	19.965	15.960
<b>Srednja vrijednost:</b>	69.9582	59.9582	57.9575	54.9563	50.9563	19.9627	15.9608

**Tablica 3.1** Podaci dobiveni mjerenjem vratila

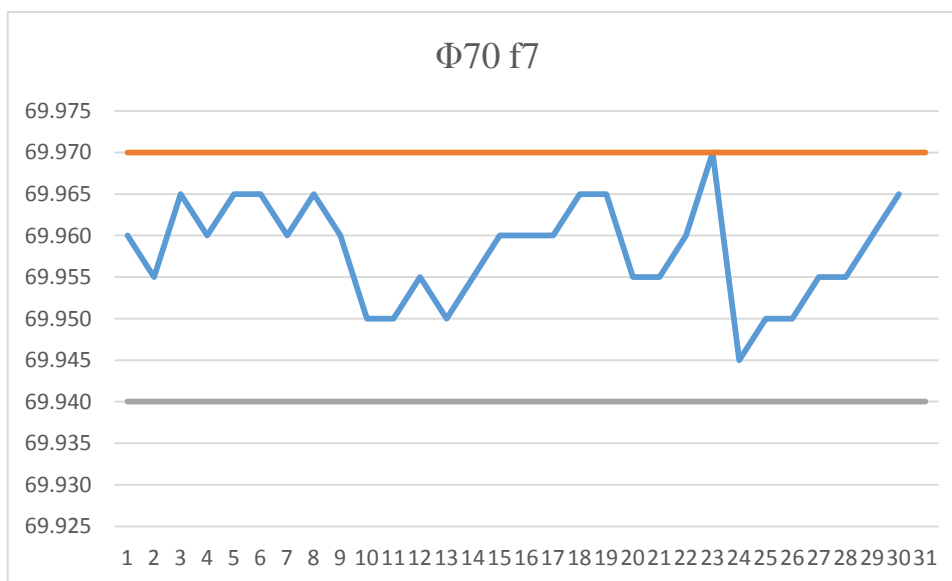
U našem slučaju metoda najgorih slučajeva nije značajna jer se tolerancije ne slažu jedna na drugu kako bi se na kraju predvidjela najveća i najmanja ukupna tolerancija. Najgori slučaj će biti zapravo kod naših izmjera biti najveća i najmanja dopuštena tolerancija tj. donja i gornja dopuštena tolerancija, *Tablici 3.2.*

	<b>Φ70 f7</b>	<b>Φ60 f7</b>	<b>Φ58 f7</b>	<b>Φ55 f7</b>	<b>Φ51 f7</b>	<b>20 P9</b>	<b>16 P9</b>
Max WC (USL)	69.970	59.970	57.970	54.970	50.970	19.978	15.982
Min WC (LSL)	69.940	59.940	57.940	54.940	50.940	19.926	15.939

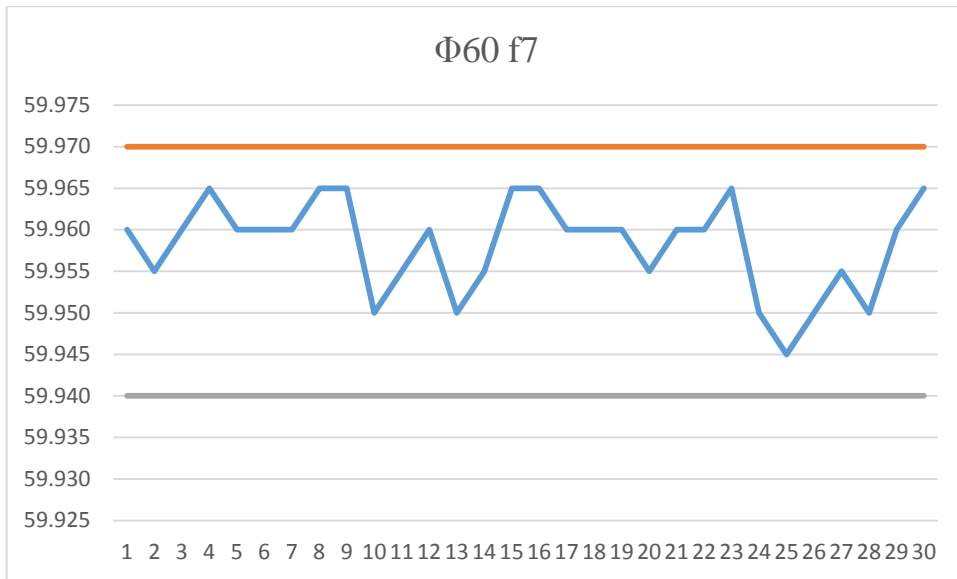
Max WC izmjerenih vrijednosti	69.970	59.965	57.965	54.965	50.965	19.970	15.970
Min WC izmjerenih vrijednosti	69.945	59.945	57.945	54.945	50.945	19.955	15.950

**Tablica 3.2** Mjere i dobiveni podaci za metodu najgorih slučajeva

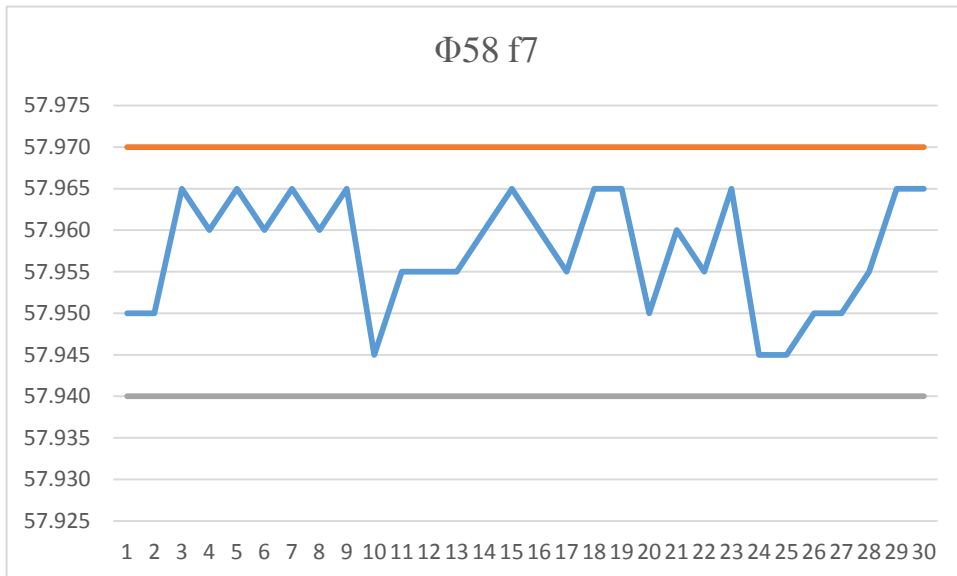
Iz dobivenih izmjerenih podataka smo dobili najveće i najmanje mjere (Excel MIN, MAX funkcija), te možemo uočiti kako kod dimenzije D70 f7 najveća izmjerena vrijednost jednaka najmanjoj dopuštenoj toleranciji, dok sve ostale izmjerene vrijednosti ne premašuju najveću i najmanju dopuštenu toleranciju, što možemo vidjeti na slikama od 3.3. do 3.9.



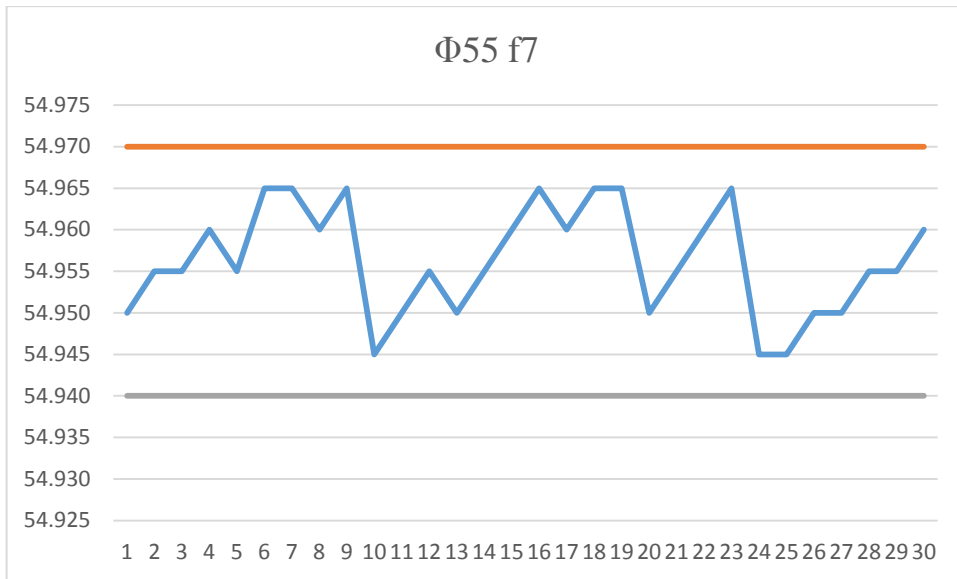
**Slika 3.3** x-R kontrolna karta za D70 f7



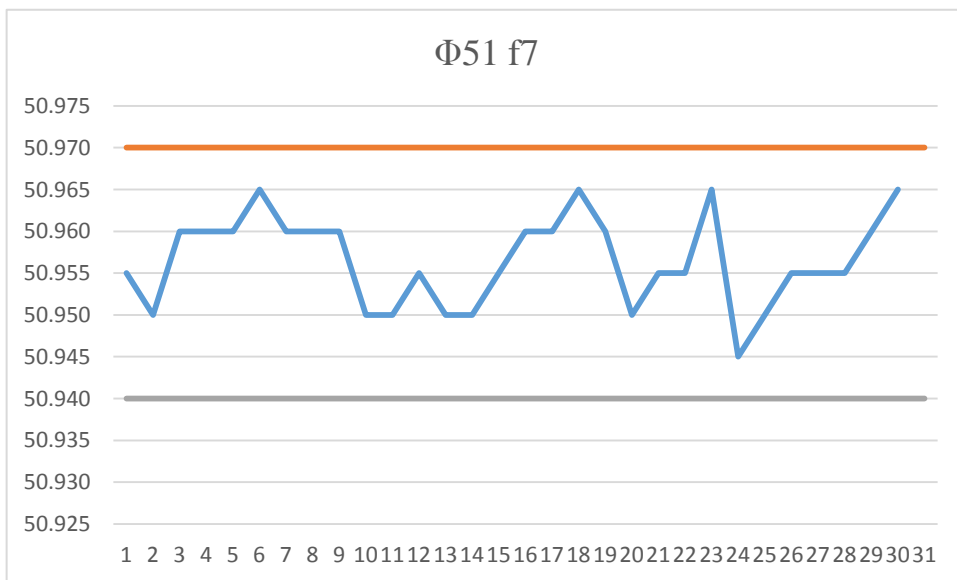
**Slika 3.4** x-R kontrolna karta za D60 f7



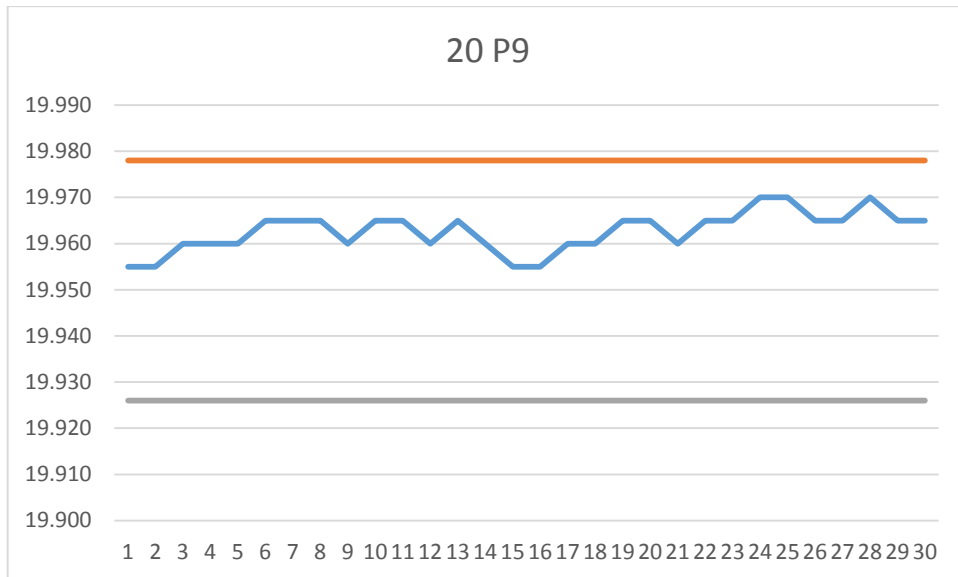
**Slika 3.5** x-R kontrolna karta za D58 f7



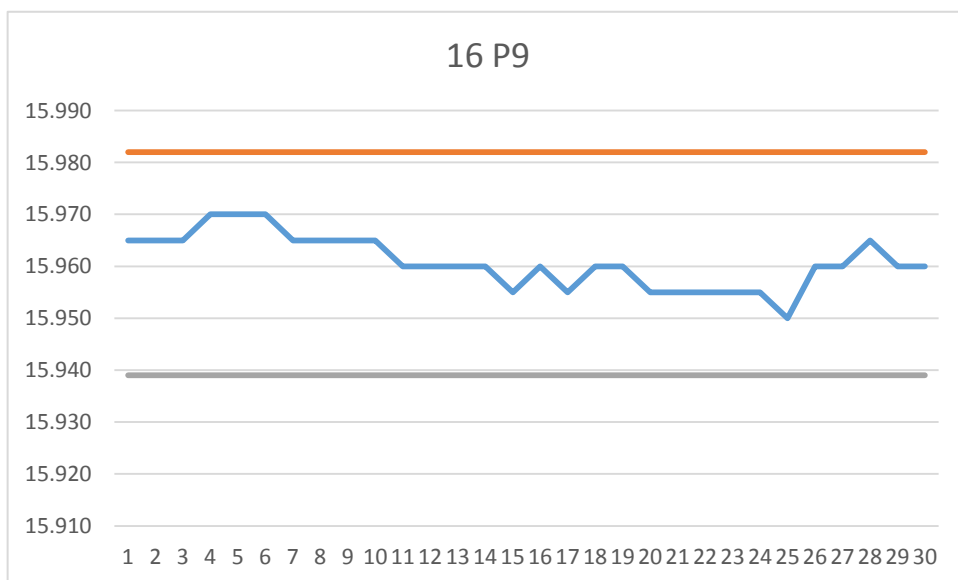
**Slika 3.6** x-R kontrolna karta za D55 f7



**Slika 3.7** x-R kontrolna karta za D51 f7



**Slika 3.8** x-R kontrolna karta za 20 P9



**Slika 3.9** x-R kontrolna karta za 16 P9

Za izračun standardne devijacije  $\sigma$  u ovom slučaju to možemo dobiti sljedećom teorijskom formulom:

\_\_\_\_\_

<b>Φ70 f7</b>	_____
<b>Φ60 f7</b>	_____
<b>Φ58 f7</b>	_____
<b>Φ55 f7</b>	_____
<b>Φ51 f7</b>	_____
<b>20 P9</b>	_____
<b>16 P9</b>	_____

#### **4.0. Zaključak**

Tolerancije su vrlo značajne u proizvodnji jer one su znatno utječu na kvalitetu i ekonomičnost proizvodnje. U ovome radu su opisane primjene klasičnih pristupa određivanja tolerancija pomoću propisanih tablica i na temelju iskustva konstruktora. Često te metode nisu odmah zadovoljile uvjete proizvodnje i greške su se tek mogle uočiti u proizvodnji. Danas postoje novi načini pristupa određivanja tolerancija tzv. statističke tolerancije. Statističke tolerancije su prikazane metodama kojima se vrši statistička analiza tolerancija kao što su metode najgorih slučajeva (Worst Case), korijen sume kvadrata (Root Sum of Squares) „šest sigma“ metoda, te Monte Carlo simulacije. Iako su metoda najgorih slučajeva i korijen sume kvadrata poprilično jednostavne metode za korištenje, pogodne su samo kod jednostavnijih slučajeva dok Monte Carlo analiza omogućava rješavanje složenijih problema sa većim brojem ulaznih varijabli te složenijim matematičkim modelima. Monte Carlo analiza također ima prednost zbog dobre preglednosti rezultata. Uz srednju vrijednost i standardno odstupanje otkriva nam i postotak proizvoda unutar zadanih granica, raspodjelu izlaznih podataka te što je jako bitno, koje od ulaznih varijabli imaju najveći utjecaj na varijabilnost izlaznih podataka te što se da učiniti sa tim varijablama da bi se ta varijabilnost smanjila.

Statistička analiza tolerancija može pomoći boljem razumijevanju uzroka varijabilnosti proizvoda ili procesa. Isto tako može pomoći kod rješavanja ili izbjegavanja pojave problema koji nastaju uslijed neizbježne pojave varijabilnosti tijekom procesa

U Varaždinu, 26.09.2016.

## 5.0. Literatura

- [1] Opalić M., Kljajin M., Sebastijanović S.: *Tehničko crtanje*, sveučilišni udžbenik, Zagreb/Slavonski Brod, 2002.
- [2] Željko Orlić: *Tolerancije oblika i položaja*, tehnički fakultet Rijeka, 1987.
- [3] Damir Jelaska: *Elementi strojeva*, skripta za studente Industrijskog inženjerstva, Split, 2005.
- [4] Mudronja V., Baršić G., Katić M., Šimunović V.: *Indeksi sposobnosti procesa i statističke tolerancije*, pregledni rad, FSB Zagreb 2014.
- [5] Skripte: Osnove strojarskih konstrukcija, FSB Zagreb 2014; [www.fsb.hr](http://www.fsb.hr)
- [6] Miroslav Mažar: *Primjena šest sigma metode u određivanju tolerancija*, završni rad, FSB Zagreb 2011.
- [7] Dominik Žganec: *Statistička analiza tolerancija na odabranim konstrukcijskim pozicijama*, završni rad, UNIN Varaždin 2014.







IZJAVA O AUTORSTVU

I

SUGLASNOST ZA JAVNU OBJAVU

Završni/diplomski rad isključivo je autorsko djelo studenta koji je isti izradio te student odgovara za istinitost, izvornost i ispravnost teksta rada. U radu se ne smiju koristiti dijelovi tuđih radova (knjiga, članaka, doktorskih disertacija, magistarskih radova, izvora s interneta, i drugih izvora) bez navođenja izvora i autora navedenih radova. Svi dijelovi tuđih radova moraju biti pravilno navedeni i citirani. Dijelovi tuđih radova koji nisu pravilno citirani, smatraju se plagijatom, odnosno nezakonitim prisvajanjem tuđeg znanstvenog ili stručnoga rada. Sukladno navedenom studenti su dužni potpisati izjavu o autorstvu rada.

Ja, FILIP ČIKAČ (ime i prezime) pod punom moralnom, materijalnom i kaznenom odgovornošću, izjavljujem da sam isključivi autor/ica završnog/diplomskog (obrisati nepotrebno) rada pod naslovom Statističke informacije o promjeni strukture berbe (upisati naslov) te da u navedenom radu nisu na nedozvoljeni način (bez pravilnog citiranja) korišteni dijelovi tuđih radova.

Student/ica:  
(upisati ime i prezime)

Filip Čikač  
(vlastoručni potpis)

Čikač

Sukladno Zakonu o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju završne/diplomske radove sveučilišta su dužna trajno objaviti na javnoj internetskoj bazi sveučilišne knjižnice u sastavu sveučilišta te kopirati u javnu internetsku bazu završnih/diplomskih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice. Završni radovi istovrsnih umjetničkih studija koji se realiziraju kroz umjetnička ostvarenja objavljuju se na odgovarajući način.

Ja, FILIP ČIKAČ (ime i prezime) neopozivo izjavljujem da sam suglasan/na s javnom objavom završnog/diplomskog (obrisati nepotrebno) rada pod naslovom Statističke informacije o promjeni strukture berbe (upisati naslov) čiji sam autor/ica.

Student/ica:  
(upisati ime i prezime)

Filip Čikač  
(vlastoručni potpis)