

# Proračun opterećenja na konstrukcije s paralelnim stjenkama

---

Gregur, Jura

Undergraduate thesis / Završni rad

2018

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University North / Sveučilište Sjever**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:122:998325>

Rights / Prava: [In copyright](#) / [Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-17**



Repository / Repozitorij:

[University North Digital Repository](#)





# Sveučilište Sjever

**Završni rad br. 343/GR/2018**

## **Proračun opterećenja na konstrukcije s paralelnim stjenkama**

**Jura Gregur, 0992/336**

Varaždin, rujan 2018. godine





# Sveučilište Sjever

Odjel za Graditeljstvo

Završni rad br. 343/GR/2018

## Proračun opterećenja na konstrukcije s paralelnim stjenkama

**Student**

Jura Gregur, 0992/336

**Mentor**

dr.sc. Aleksej Aniskin, v.pred.

Varaždin, rujan 2018. godine

# Prijava završnog rada

## Definiranje teme završnog rada i povjerenstva

ODJEL	Odjel za graditeljstvo		
PRISTUPNIK	Jura Gregur	MATIČNI BROJ	0992/336
DATUM	21.09.2018.	KOLEGIJ	Otpornost materijala
NASLOV RADA	Proračun opterećenja na konstrukcije s paralelnim stjenkama		
NASLOV RADA NA ENGL. JEZIKU	Calculation of loads on the constructions with closely spaced walls		
MENTOR	dr.sc. Aleksej Aniskin	ZVANJE	viši predavač
ČLANOVI POVJERENSTVA	1. prof.dr.sc. Božo Soldo 2. dr.sc. Matija Orešković, v.pred. 3. dr.sc. Aleksej Aniskin, v.pred. 4. Željko Kos, predavač 5. Predrag Presečki, predavač		

## Zadatak završnog rada

BROJ 343/GR/2018

OPIS

Pristupnik treba u radu općenito opisati konstrukcije s blisko postavljenim stjenkama, napraviti pregled i analizu metoda proračuna opterećenja na blisko postavljene stjenke, te obraditi primjer proračuna sa usporedbom rezultata prema različitim važećim metodama.

U radu je potrebno obraditi sljedeće teme:

1. Uvodni dio
2. Pregled postojećih metoda proračuna bočnih tlakova
3. Primjer proračuna
4. Usporedba rezultata proračuna
5. Zaključak

ZADATAK URUČEN

25. 09. 2018



POTPIS MENTORA

## **Predgovor**

Zahvaljujem se ponajprije svom mentoru višem predavaču dr.sc. Alekseju Aniskinu na iskazanom povjerenju, vodstvu, nesebičnom zalaganju i korisnim diskusijama tijekom izrade ovog rada.

Zahvaljujem svim profesorima i asistentima sa Sveučilišta Sjever na suradnji, ugodnom boravku i stečenim znanjima.

Također, zahvaljujem se svim svojim kolegama i kolegicama, koji su uvijek bili uz mene i bez kojih cijeli ovaj tijek mog studiranja ne bi prošao tako lako i zabavno.

Najveću zaslugu za ono što sam postigao pripisujem svojoj obitelji, koja je uvijek bila tu, uz mene, bez obzira da li se radilo o teškim ili sretnim trenucima i bez kojih sve ovo što sam postigao ne bi bilo moguće.

Naposljetku bih se zahvalio curi koja me je potakla na pisanje rada te bila neizmjereno velika podrška tokom cijelog studija.

*Jura Gregur*

## Sažetak

Korištenje konstrukcija u procesu skladištenja zrna i drugih granuliranih materijala danas je vrlo opsežno. U ovom su radu razmotreni silosi kao najbolji oblik skladištenja zrna i drugih granuliranih materijala. Strukturna analiza silosa je po prirodi složena i zahtijeva sofisticiranost matematičke tehnike za pravilno izračunavanje. Janssen, Airy i Reimbert predložili su različite pristupe materijalnim bočnim pritiskom koji mogu slijediti proces izračunavanja sila koje djeluju na zidove. Ovaj rad uspoređuje gore navedena tri metode i pristup ponašanju vode te koristi konačni element metoda za provjeru tehnika zatvorenog oblika. Također, prikazane su prosječne vrijednosti za tri metode i određeni su postupci za različite dimenzije silosa, te grafički prikazani za upotrebu inženjera i projektanata.

Ključne riječi: silos, Janssenov pristup, Reimbertov pristup, Airyev pristup, paralelne stjenke, proračun, konstrukcija, tlak, unutarnje trenje, bočni tlak.

## Summary

The use of structures in the process of storing grain and other granular materials today becomes very extensive. In this paper, silos are used as the best form of grain storage and other granular materials. Structural silos analysis is complex in nature and requires the sophistication of mathematical techniques for proper calculation. Janssen, Airy and Reimbert have suggested different approaches to the material lateral pressure that can follow the process of calculating the forces acting on the walls. This paper compares the above three methods and approaches to water behavior and uses the final element of the method to check the closed-loop technique. Also, average values for the three methods and defined approaches for different silos dimensions and graphs for the use of engineers and designers.

Keywords: silos, Janssen approach, Reimbert approach, Airyev approach, parallel walls, budget, construction, pressure, internal friction, lateral pressure.

## Popis korištenih kratica

$\gamma$  - Težina po jedinici volumena uskladištenog materijala.

$h_0$ : visina od razine 0 do vrha lijevka.

$H_1$ - Visina od vrha lijevka do vrha silosa.  $E$ : modul elastičnosti.

$D_E$ - savojna krutosti.

$E_P$ - debljina stijenke silosa

$\nu$ - Poissonov koeficijent.

$\rho$ - kut unutarnjeg trenja za uskladištenog materijala.

$k_0$  - Rankine koeficijent aktivnog tlaka zemlje

$D$ - Promjer silosa.

$R$ - Prosječni radijus.

$R_v$ -Hidraulički radijus.

$\lambda$ - Elastična duljina.

$\mu_1$ - Kut trenja (pohranjen materijal od zida).

$\mu$ - Unutarnje trenje.

$y$ - Bočni pomak.

$p_0$ - Tlak uskladištenog materijala u dubini ispod površine  $H_1$  grama.

$p$ - Bočni tlak.

$Y_G$ - Opće rješenje diferencijalne jednačbe.

$Y_P$  (ili  $FP_1$ )- Posebna diferencijalna jednačba.

$Y_H$ - Rješenje diferencijalne jednačbe bez pravih izraza.



# Sadržaj

1.	Uvod.....	5
2.	Općenito o konstrukcijama sa paralelnim stjenkama .....	6
2.1.	Silos.....	6
2.2.	Vrste silosa .....	8
3.	Pregled postojećih metoda proračuna bočnih tlakova na bliske stjenke.....	12
3.1.	Pristup ponašanja vode .....	12
3.2.	Janssenov pristup.....	14
3.3.	Airyev pristup.....	15
3.4.	Reimbertov pristup .....	16
3.5.	Eksperimentalne studije bočnih tlaka granuliranih medija na blisko udaljenim stjenkama .....	17
4.	Proračun opterećenja silosa zrnastim materijalom .....	21
5.	Usporedba rezultata proračuna .....	25
5.1.	Granični uvjeti.....	25
5.2.	Usporedba pristupa.....	25
5.3.	Numerička usporedba između četiri pristupa.....	27
5.4.	Usporedba s metodom konačnih elemenata .....	30
5.5.	Prosječni rezultati za različite silosne dimenzije.....	32
6.	Zaključak.....	36
7.	Literatura .....	37

## 1. Uvod

Razvijene su različite vrste silosa, ali najčešće kružne. Nedavno je upotreba potpuno neovisne strukture lijevka unutar silosa otkrila da je ekonomičnija zbog izolacije i jednostavnosti u procesu konstrukcija i projektiranja. Silosi ovise o mnogim čimbenicima kao što su opterećenje punjenja materijalom, vrsta silosa, svojstva građevinskog materijala, visina i promjer silosa, debljina stjenke, kut lijevka itd. Mnogi su istraživači proučavali kružne silose. Timoshenko i sur. [1,2] predstavili su diferencijalnu jednadžbu koja se može koristiti za rješavanje problema silosa. Jednadžba izračunava oblik deformacije zida za bilo koju funkciju tlaka, izoliranjem okomite trake u zidu i upotrebom simetrije.

Godine 1895, Janssen [3] je sugerirao pristup određivanja funkcije raspodjele tlaka, dok je Airy [5] obrazložio svoj pristup izračunom preko sila iz 1897; Reimbert i Reimbert [4] su 1976. predložili empirijski temeljen teoretski pristup pomoću izračuna tlaka, koji je u prirodi sličan drugim metodama. Ovi se pristupi primjenjuju s obzirom na vrstu materijala, odnosno veličinu tlaka.

Može se koristiti Timošenkova jednadžba za izračunavanje zidnih sila silosa. Također Thonier [7] predstavio je „strip“ analizu (analiza po trakama), koja je sama po sebi, vrlo zanimljiva a istovremeno predstavlja vrlo koristan pristup. Mnogi inženjeri, uključujući Safarija, Harrisa [6], Reimberta i Reimberta [4] i Fintel [8] također su radili na analizi silosa, što je dovelo do osnivanja ACI Odbora 313, čije je puno ime "Odbor za gradnju betonskih spremišta, silosa i bunkera za skladištenje granuliranih materijala [9]. Kut lijevka silosa se ne uzima u obzir u ovom radu, te se pretpostavlja da je protok materijala unutar silosa jednak (masenom protoku) [10], gdje se ulazni otvor smatra dovoljno velikim da propusti protok bez stvaranja ustajale čvrste tvari u području gdje se lijevak spaja sa silosom. Osim toga, zidna trenja između materijala i silosa ne uzimaju se u obzir u teoretskom rješenju diferencijalne jednadžbe.

Ovaj je rad podijeljen na tri dijela, prvi dio ovog rada se bavi Janssenovom, Reimbertovom i Airyevom metodama proračuna za statički bočni tlak i njihovom usporedbom. U drugom dijelu, silos se modelira pomoću metode konačnih elemenata. Treći dio bavi se s pronalaženjem prosječnih vrijednosti za metode Airy, Janssen i Reimbert za različite konstrukcije silosa s različitim visinama i promjerima, te različitim debljinama stjenki. Vrijednosti se zatim prikazuju grafikonima, kako bi omogućili inženjeru, projektantu da ih jednostavno upotrijebi. Važno je napomenuti da je sljedeći rad ograničen na statičku analizu. Silose treba provjeriti na opterećenja izazvana vjetrom, te seizmička opterećenja.

## 2. Općenito o konstrukcijama sa paralelnim stjenkama

### 2.1. Silosi

To je cilindrična odnosno uspravna prizmatična konstrukcija koja se koristi za pohranjivanje granuliranog rasutog materijala (građevinskih materijala, hrane na farmama životinja i sl.).

Silos je riječ grčkog porijekla koja u prijevodu znači "jama za čuvanje žita". U poljoprivredi silosi se koriste za čuvanje žitarica i silaže ( hrane za krave, ovce, itd. ). Poljoprivreda je prva industrijska grana koja je koristila (naravno, i dalje koristi) silose.

Silosu su objekti namijenjeni za skladištenje različitih zrnastih, praškastih, odnosno sipkih ili rastresitih materijala, kao što su:

- žitarice (pšenica, ječam, kukuruz, itd.)
- soja
- šećerna repa, krumpir
- ugljen
- cement
- cementni klinker
- leteći pepeo

Zrnasti (rastresiti) materijali različito se ponašaju u odnosu na tlo. Analiza opterećenja silosa je zbog toga osnovni problem u projektiranju silosa. Najčešće su u obliku kružnog cilindra sa ravnom pločom ili konusom na vrhu. Nekad su silosi izdvojeni objekti, a nekad su u obliku povezane cjeline.

U povezanim silosima, cilindri pojedinačnih ćelija mogu se međusobno dodirivati (tangirati), mogu biti odvojeni, ali međusobno povezani AB zidovima („asteroidna konfiguracija“).

Silosu se grade uglavnom od armiranog betona ili od čelika. Prednosti silosa od AB u odnosu na čelične:

- AB silosi su jeftiniji za izvođenje
- AB silosi su otporniji na koroziju, kako unutrašnjih, tako i vanjskih zidova

- AB silosi se ne moraju premazivati izvana radi zaštite od korozije
- AB silosi imaju veći kut trenja od čeličnih silosa za većinu rastresitih materijala, tako da su horizontalni pritisci na zidove silosa manji
- nema problema oko kvalitete varova, kao kod čeličnih silosa
- nema problema oko moguće nestabilnosti (izvijanja, ovalizacije)

Silosni prostor sastoji se iz tri dijela:

- osnovni dio silosa (komora ili ćelija)
- tavanški dio (gornja galerija) s transporterima za punjenje
- prizemni dio (donja galerija) s transporterima za pražnjenje

Oblik komora (silosnih ćelija):

- ovise o materijalu i mogućnosti izvedbe
- kvadratni, pravokutni, okrugli, zvjezdasti
- okrugli silosi su ekonomični ako im je promjer do 5m visina ovisi o kapacitetu; betonski 30-40 m

Pri izboru lokacije za izgradnju silosa važno je optimizirati zahvate punjenja, izuzimanja i hranidbe silažom:

- osigurati najkraći pristup od staje do silosa
- procijeniti širenje farme kod izgradnje prvog silosa (moguće podizanje drugih okomitih silosa ili povećanje vodoravnog silosa)
- osigurati lak pristup mehanizaciji uz mogućnost manipulacije oko silosa
- izbjeći mogućnost dotoka površinskih i podzemnih voda
- ispitati nosivost terena radi statike budućeg objekta kod izgradnje okomitog silosa

## 2.2. Vrste silosa

### *Silosi sa konusnim dnom*

Ova vrsta silosa služi za dugotrajno skladištenje raznih vrsta rasutog materijala kao što su žitarice, kukuruz, mahunarke i drugo. Mogu se koristiti kao pomoćni spremnici tijekom procesa sušenja. Proizvedeni su od visoko kvalitetnog pocinčanog čelika ZN 275. Moguće ih je montirati pojedinačno ili u seriji.

Standardna oprema spremnika:

- ljevkastu podnožje od industrijskog čelika
- cilindarska oplata spremnika
- krov
- unutarnje ljestve
- vanjske ljestve sa cilindričnom zaštitnom ogradom
- integrirana cijev za punjenje promjera  $\varnothing 160\text{mm}$
- krovni otvor



Slika 1. Silosi sa konusnim dnom

### *Silosi za stočnu hranu*

Silosi za stočnu hranu služe za skladištenje sipke i granulirane stočne hrane. Proizvedeni su od visoko kvalitetnog pocinčanog čelika ZN 275. Zahvaljujući čvrstoj konstrukciji ovi silosi su vrlo izdržljivi i otporni na vremenske uvjete.

Standardna oprema spremnika:

- kućište spremnika
- plašt silosa

- prozirni otvor za kontrolu nivoa hrane
- unutarnje ljestve
- vanjske ljestve sa cilindričnom zaštitnom ogradom
- ventilacijski priključak
- integrirana cijev za punjenje promjera  $\varnothing 160\text{mm}$
- ulazni otvor na krovu
- krov sa kutom nagiba od  $45^\circ$



*Slika 2. Silos za stočnu hranu*

### *Silos za piljevinu*

Ova vrsta silosa služi za skladištenje piljevine iz procesa obrade drveta na pilanama i stolariji. Proizvedeni su od visoko kvalitetnog pocinčanog čelika ZN 275. Silos se prazni kroz otvor na donjem dijelu konusnog završetka silosa. Osovina sa šiljcima vezana preko kardanskog zgloba na moto reduktor pospješuje odvoz piljevine prema izlaznom otvoru.



*Slika 3. Silos za piljevinu*

### *Silos ravnog dna*

Silos ravnog dna se koriste za skladištenje žitarica, kukuruza, mahunarki te drugog rasutog materijala. Spremnike je moguće montirati pojedinačno ili u seriji. Proizvedeni su od visoko kvalitetnog pocinčanog čelika ZN 275. Silosi zadovoljavaju standarde kvalitete prema normama EU.

Standardna oprema spremnika:

- perforirani pod
- kućište spremnika
- kosi tunel za istovar materijala sa zasunom
- prozirna skala za kontrolu nivoa hrane
- unutarne ljestve
- vanjske ljestve sa cilindričnom zaštitnom ogradom
- ventilatorski priključak za punjenje i pražnjenje silosa
- integrirana pneumatska cijev za punjenje promjera  $\varnothing 160$  mm
- krovni otvor
- krov sa kutom nagiba od  $45^\circ$



*Slika 4. Silos ravnog dna*

### *Silos KWP-10*

Silos KWP-10 za piljevinu je kontejnerskog tipa, izrađen od čeličnog lima i čeličnih profila.

Tehničke karakteristike:

- izuzimanje piljevine je preko hidraulikom pokretanih gurača na podlozi kontejnera
- daljnji transport je preko pužnog prijenosnika
- sistem upravljanja je vezan na kontrolni ormar kotlovnice
- u slučaju da je kontejner smješten na otvorenom prostoru, može se ugraditi hidraulikom podizani poklopac.



*Slika 5. Silos KWP-10*



### 3. Pregled postojećih metoda proračuna bočnih tlakova na bliske stjenke

#### 3.1. Pristup ponašanja vode

U ovom postupku pretpostavlja se raspodjela bočnog tlaka na zid "p" mijenja linearno (trokutasti dijagram), promjena tlaka s dubinom "x" može prikazati na sljedeći način:

$$p = p_0 \times \left( \frac{h_1 + h_0 - x}{h_1} \right) \quad (3.1)$$

u kojoj se x uzima od dna silosa, y je težina po jedinici volumena,  $k_0$  je Rankine koeficijent za aktivni tlak, a  $p_0$  je tlak pohranjenog materijala u dubini  $h_1$  ispod površine pohranjenog materijala,  $p_0 = k_0 \gamma h_1$ , gdje je  $k_0$  :

$$k_0 = \frac{1 - \sin \rho}{1 + \sin \rho} \quad (3.2.)$$

gdje je  $\rho$  kut unutarnjeg trenja za pohranjeni materijal, a  $h_1$  je visina za zonu pohrane. Rješenje diferencijalne jednadžbe (3.1) za gornji dio  $h_1$  silosa bez desne strane, dobiva se iz jednadžbe (3.2), a posebno rješenje jednadžbe (3.1) je:

$$y_p = \frac{p_0}{KK} \cdot \frac{h_1 + h_0 - x}{h_1} = fp_1(x) \quad (3.3.)$$

u kojem  $KK = \frac{E \cdot e_p}{R^2} = 4 \cdot \lambda^4 \cdot DE$

E je modul elastičnosti. Opće rješenje diferencijalne jednačbe (3.1) za donji dio silosa dobiva se iz jednačbe (3.3). Rješenje diferencijalne jednačbe napravljeno je za funkciju f (prikazano u nastavku), koja je pomnožena s modulom elastičnosti E, takav pristup omogućuje izračun neovisan o dimenziji silosa.

Sljedeća analiza je provedena koristeći MathCAD 2000 i može se sažeti:

Grafični uvjeti daju  $M \cdot$  konstantni vektor =  $vv$ , gdje je  $M$  8x8 matrica koja odgovara primjeni graničnog stanja i vektora  $vv$  :

$$vv \div \begin{pmatrix} -fp_1(h_o + h_1) \\ -d_2fp(h_o + h_1) \cdot \frac{1}{2 \cdot \lambda^2} \\ 0 \\ 0 \\ -fp_1(h_o) \\ -d_1f(h_o) \cdot \frac{1}{\lambda} \\ -d_2fp(h_o) \cdot \frac{1}{2 \cdot \lambda^2} \\ -d_3fp(h_o) \cdot \frac{1}{2 \cdot \lambda^3} \end{pmatrix} \quad (3.4.)$$

gdje,  $d_1f(x) \div \frac{d}{dx} fp_1(x)$        $d_2f(x) \div \frac{d^2}{dx^2} fp_1(x)$        $d_3f(x) \div \frac{d^3}{dx^3} fp_1(x)$

Rješavanjem ovog sustava od 8 jednačbi, vrijednosti osam konstanti može se odrediti konstante integracije AA, AA<sub>1</sub>, BB, BB<sub>1</sub>, CC, CC<sub>1</sub>, DD i DD<sub>1</sub>. Svaka je funkcija podijeljena u dva intervala gdje su  $x \in [0, h_o]$  i  $x \in [h_o, h_o + h_1]$ , funkcije f(x) i g(u), koje predstavljaju savijanje\* E :

$$f(x) \div e^{-\lambda(x-h_o)} [AA \cdot \cos[\lambda \cdot (x - h_o)] + BB \cdot \sin[\lambda \cdot (x - h_o)]] + e^{\lambda(x-h_o)} [AA_1 \cdot \cos[\lambda \cdot (x - h_o)] + BB_1 \cdot \sin[\lambda \cdot (x - h_o)]] + fp_1(x) \quad (3.5.)$$

$$g(u) \div e^{-\lambda \cdot u} \cdot (CC \cdot \cos(\lambda \cdot u) + DD \cdot \sin(\lambda \cdot u) + e^{\lambda \cdot u} (CC_1 \cdot \cos(\lambda \cdot u) + DD_1 \cdot \sin(\lambda \cdot u))) \quad (3.6.)$$

Zidni moment u vertikalnom smjeru je:  $M(x) = DE \cdot \{d_2 f_p(x) + (2 - \lambda^2) [f(x)]\}$ , i

$$M(u) = DE \cdot (2 - \lambda^2) \cdot [g(u)],$$

Zidna os u vertikalnom smjeru je:

$$V(x) = DE \cdot \{d_3 f_p(x) + 2 \cdot \lambda^3 [f(x)]\}$$

$$V(u) = DE \cdot 2 \cdot \lambda^3 \cdot [f(x)]$$

Sila N u obodnom smjeru je:

$$\begin{aligned} N(x) &= f(x) \cdot [ep / R] \\ N(u) &= g(x) \cdot [ep / R] \end{aligned} \quad (3.7.)$$

### 3.2. Janssenov pristup

Janssenova metoda temelji se na ravnoteži tankog vodoravnog sloja pohranjenog materijala pri čemu je jednadžba za horizontalni tlak jednaka:

$$p = \frac{\gamma \cdot R_h}{\mu_1} [1 - e^{-\mu_1 \cdot k_0 \cdot Y / R_h}] \quad (3.8.)$$

u kojoj je Y dubina,  $k_0$  je Rankinov koeficijent za aktivni tlak,  $R_h$  je hidraulički radijus, a  $\mu_1$  je kut trenja uskladištenog materijala na zid.

Postupak će biti isti kao i za pristup ponašanju vode. Međutim posebno rješenje  $f_{p1}(x)$  je:

$$f_{p1} \div \frac{1}{KK} \cdot \beta \cdot \left[ 1 - 4 \cdot \frac{\lambda^4}{\alpha^4 + 4 \cdot \lambda^4} \cdot e^{-\alpha \cdot (h_1 + h_0 - x)} \right] \text{ sa } \alpha = \mu_1 \cdot \frac{k_o}{R_h}, \beta = \gamma \cdot \frac{k_o}{R_h}, R_h = \frac{R}{2}.$$

Određeno rješenje ima konstante integracije i funkcije koje predstavljaju otklon E, moment posmičnih sila i silu N u obodnom smjeru. Smjer se može odrediti slično kao kod pristupa ponašanja vode.

### 3.3. Airyev pristup

Airyova jednadžba izvedena je s obzirom na statičku ravnotežu klinastih dijelova pohranjenog materijala iznad ravnine sloma. Airyeva jednadžba silosa vodi do bočnog tlaka na dubini Y:

$$p = \frac{2 \cdot \gamma \cdot R}{\mu + \mu_1} \left[ 1 - \sqrt{\frac{1 + \mu^2}{\frac{Y}{R}(\mu + \mu_1) + 1 - \mu \cdot \mu_1}} \right] \quad (3.9.)$$

u kojoj je  $\mu_1$  kut trenja pohranjenog materijala uz zid,  $\mu$  je unutarnje trenje u materijala  $\mu = \tan(\rho)$ , a  $\rho$  je kut unutarnjeg trenja za pohranjeni materijal.

Diferencijalna jednadžba može se napisati u faktoriziranom obliku:

$$a_0 \cdot (L - m_1) \cdot (L - m_2)(L - m_3) \cdot (L - m_4)y = R(x) \quad (3.10.)$$

gdje su konstante  $m_1, m_2, m_3, m_4$ , L je linearni operator,  $a_0$  je koeficijent najveće izvodnice.

Ova metoda daje opće rješenje ako se uzimaju u obzir sve proizvoljne konstante, ako su proizvoljne konstante izostavljene, ona tada daje određeno rješenje [11].

U ovom slučaju  $a_0 = 1, m_1 = -1(1+i), m_2 = 1(1-i), m_3 = 1(1+i)$ .

Za rješavanje diferencijalne jednadžbe prvog reda, koristimo opće rješenje za jednadžbu

$$y'(x) + p(x) \cdot y(x) = q(x) \Rightarrow y = e^{-\int p dx} \cdot \int Q \cdot e^{\int p dx} dx + c e^{-\int p dx} \quad (3.11.)$$

gdje je c konstanta (c=0).

$$q(x) \div \delta 1 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\alpha}{\varepsilon 1 \cdot x + \beta} \right)^{-2} \right]$$

gdje je,

$$\alpha \div 1 + \mu^2, \beta \div 1 - \mu_1 \cdot \mu, \varepsilon_1 \div 2 \cdot \frac{(\mu_1 + \mu)}{2 \cdot R}, \delta_1 \div \gamma \cdot \frac{1}{(\mu_1 + \mu)} \cdot \frac{2 \cdot R}{DE} \quad (3.12.)$$

$$\begin{aligned} y_1(x) &\div e^{m_1 \cdot x} \cdot \int q(x) e^{-m_1 \cdot x} dx & y_2(x) &\div e^{m_2 \cdot x} \cdot \int y_1(x) e^{-m_2 \cdot x} dx \\ y_3(x) &\div e^{m_3 \cdot x} \cdot \int y_2(x) e^{-m_3 \cdot x} dx & y_4(x) &\div e^{m_4 \cdot x} \cdot \int y_3(x) e^{-m_4 \cdot x} dx \end{aligned}$$

Neka  $z(x) = \text{Re}(y_4(x))$ , (Re znači realni dio) gdje je  $x$  dubina uzeta od vrha do dna silosa. Nakon izrade analitičke transformacije  $fp_1$  postaje,  $fp_1(x) = z(h_0 + h_1 - x)$ . Imajući posebno rješenje možemo izračunati konstantu integracije i odrediti savijanje i silu kao i prije [11].

### 3.4. Reimbertov pristup

Reimbertova metoda za izračun statičkog tlaka razmatra da na dnu silosa bočni tlak postaje asimptotski prema vertikalnoj osi. Na dubini  $h_0$ , bočni tlak doseže maksimalnu vrijednost jednaku  $p_{\max}$ . Postupak je sličan Airyovom pristupu, gdje bočni statički tlak na dubini  $Y$  koju daje Reimbertova jednadžba iznosi:

$$p = p_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{y}{C} + 1 \right)^{-2} \right] \quad (3.13.)$$

u kojem je  $p_{\max} = \frac{\gamma \cdot R_h}{\mu_1}$  sa  $R_h$  postaje hidraulički polumjer  $R/2$  za kružni silos, i  $C = \frac{D}{4 \cdot \mu_1 \cdot k_0}$  sa

$D$  postaje dijametar silosa.

### **3.5. Eksperimentalne studije bočnih tlaka granuliranih medija na blisko udaljenim stjenkama**

Tlak na paralelnim bliskim stjenkama (zidovima) prvo su u praksi proučavali znanstvenici na primjerima zrna u silosnim konstrukcijama, stoga se takav tlak u standardima i propisima obično naziva silosni tlak.

Prvo eksperimentalno istraživanje objavilo je I. Roberts 1882. godine, koji je proveo eksperimente na malom modelu silosa punjenog žitaricama. Autor zaključuje da tlak na usko postavljene vertikalne stjenke prestaje rasti kada dubina punjenja dosegne oko dva promjera poprečnog presjeka. Osim toga, rezultati njegove studije pokazali su parabolični karakter lateralnog tlačnog profila.

H. Janssen je u svom radu proveo niz od nekoliko eksperimenata za određivanje tlaka, pšenice, zrna kukuruza i pijeska na različitim uzorcima poprečnih presjeka u obliku kvadrata, dužine stjenke 20, 30, 40 i 60 cm. U eksperimentima je tlak na masu izmjeren na dnu uz pomoć polukružnog sustava u obliku utega s ramenom u omjeru od 1:10. Rezultati se slažu kvalitativno s rezultatima I. Roberts. Pored eksperimenata, provedena je teorijska studija. Dobivena je teorija koja danas nosi ime autora Janssena i široko se koristi u svjetskim standardima.

Nakon Janssena, mnogi su znanstvenici bili angažirani u mjerenju bočnog tlaka na blisko postavljene stjenke, među kojima ćemo izdvojiti djela J. Prante, M. Toltsa, William lak, MS Ketchum, JA Jamison, J. Plaisner, H.T. Bovey, E. Luft J. Spedman i drugi. Istraživači su došli do sličnih rezultata, u "zasićenju" rasta, tj usporavanja rasta bočnog tlaka i težnje prema nekoj graničnoj vrijednosti. Taj je učinak potom dobio ime po autoru prve teorije - "The Janssen effect".

U knjizi G.K. Klein pruža široki pregled eksperimentalnih studija. Većina eksperimenata potvrdila je teoriju Janssena, ali među rezultatima bilo je rezultata koji su bili dva, pa čak i pet puta veći od izračunatog tlaka na zidove.

Brojne nesreće armiranobetonskih silosa navele su istraživače da ispitaju kakvoću različitih eksperimentalnih podataka i provode nove temeljitije eksperimente.

S.G. Takhtamyshev provodio je opsežne pokuse na tri silosa za žito u Bakuu. Visina silosa iznosila je 28 m, promjeri od kojih su dva 7 m, a treći 4,8 m. Uobičajeni tlak mjeren sa promjerom od 20 mm ugrađen je u zidove i dno silosa na pet mjesta u visinu. Općenito, mjerenje je provedeno na 20 točaka. U eksperimentima je otkriveno vrlo složeno stanje naprezanja granuliranog medija u blisko smještenim zidovima silosa. U velikom broju eksperimenata, tlakovi su bili blizu izračunatih u Janssenovoj teoriji. Međutim, u nekim slučajevima izmjereni tlak bio je znatno manji

od izračunatog tlaka, a ponekad bi premašio izračunati tlak za pola. Prilikom mjerenja pritiska nekoliko dana, tlak na zid je pao.

B.A. Petrov provodi eksperimente na silosnim modelima. Prva serija eksperimenata provedena je na visini modela od 2 m i promjera 40cm, a drugi na modelu visine od 1,8 m kvadratnog presjeka 60 x 60 cm. Pritisci u kružnom modelu mjereni su membranskim mjernim tlakom ugrađenim u donji dio zida i na dnu. Mjeren je tlak izlivenog i svježe pripremljenog cementa. Model je ispunjen ravnomjerno i kontinuirano, tlak na zidove i dno također se povećava ravnomjerno i kontinuirano. S laganim udarcem na modelu, tlak cementa naglo se povećao. Iz usporedbe eksperimentalnih krivulja s Jansenovom teorijom, autor je izračunao bočne koeficijente tlaka za ustajali cement  $\lambda = 0.53$  i svježe pripremljen  $\lambda = 0.79$ . Korištenje tih podataka dovelo je do podcijenjenih izračunatih vrijednosti tlaka na zidu i na dnu. Autor je objasnio ovaj fenomen velikom kompresibilnošću cementa u svježe pripremljenom obliku, što je dovelo do intenzivnijeg porasta tlaka nego u Janssenovoj teoriji.

U djelima V.S. Kima i I.S. Dobroa prikazuju se rezultati mjerenja pritiska na blisko raspoređenim zidovima silosa Moskve, Kherson, Bolshevo, Yelets, Kzyl-Tu, Tobol i drugi. Za mjerenje tlaka koristili su se senzori sila postavljeni na udaljenosti od 3 do 12 m visine.

Mjerenja su zabilježena u različitim vremenima. U gotovo svim eksperimentima do 30% senzora sile je fiksirano tlakom koji je od 1,5 do 2,5 puta veći od projektnog tlaka prema Janssensu, a u nekim pojedinačnim slučajevima 4-5 puta. U svim eksperimentima bilo je nejednakih raspodjela tlaka duž perimetra i visine silosa. Kao rezultat toga, utvrđeno je da bočni tlakovi variraju s vremenom, tj. "pulsiraju" u svakoj točki.

Rezultati ispitivanja vodoravnog tlaka zrnatog materijala u Kzyl-Tu u silosu kvadratnog poprečnog presjeka od 3,2 m x 3,2 m pokazali su da maksimalni tlak nije premašio tlak u izvedbi prema Janssensu.

Eksperimenti provedeni na silosima mlina „Tsiurupy“ [13], pokazao je da u različitim tehnikama punjenja mogu se staviti različite količine zrna u silose. Kod punjenja silosa kroz sito moguće je postaviti 5-6% više zrna nego kada se puni iz transportne trake. Na modelima je ova razlika veća i može doseći 10-20%. To dovodi do činjenice da gustoća na različitim mjestima silosa nije ista, što objašnjava neravnomjernu raspodjelu tlaka duž visine i opsega.

P.N. Platonov i Sur. provode laboratorijske i terenske eksperimente u silosima pomoću plutajućih senzora s fiksnim rasporedom koji su omogućili da odrede okomite, vodoravne i tangencijalne tlakove u bilo kojem dijelu silosa duž visine i njegovih zidova. Rezultati su pokazali da se povećanjem čvrstoće zida, tlak na njih povećava, a maksimalni tlak postiže se brže na krutim stjenkama.

V.V. Alipov u svom je radu provodio mjerenja bočnog tlaka pijeska u modelu sa povezanim silosima tzv „saće“ od 0,4 m 0,4 m 1,5 m, pod dodatnim opterećenjem i bez opterećenja. Uspoređujući vlastite teorijske izračune s provedenim eksperimentima, autor je došao do zaključka da na bočni tlak utječe neravnomjerna raspodjela opterećenja u poprečnim presjecima a struktura se može podijeliti u tri zone s različitim trenjem prilikom kontakta punila sa zidovima.

Koeficijent trenja zida se mijenja u rasponu od  $f_0 - f_0$  ovisno o vrsti materijala punjenja, stoga bi tlak punjenja trebao biti određen fazama montaže strukture, što u svakom pojedinom slučaju omogućuje identificiranje najučinkovitijeg konstrukcijskog slijeda.

Brojni su autori uključeni u istraživanje i projektiranje saćastih i hidrauličkih struktura, uključujući L.M. Emelyanov, A.M. Latyshenkov, Yu.D. Koval, G.I. Pokrovsky, I.S. Fedorov, P.F. Papkovich, N.M. Vyatskikh, G.V. Kovalevsky, M.Ya. Alyshev, A.R. Berezinsky, B.V. Orlov, V.X. Gol'tman i drugi, čiji je sadržaj opisan u radu M.I. Zborovskaya.

J. Nielsen istražio je utjecaj metode punjenja na raspodjelu bočnih tlaka u silosu žita. Stvarna mjerenja tlaka na bočnoj stranici su provedena u silosu promjera 7m i 46 m visine, na sedam razina visine, a na svakoj razini su dobili rezultate od četiri senzora. Tri pokusa provedena su ekscentričnim punjenjem pšenicom, sedam eksperimenata s ekscentričnim punjenjem ječma i tri pokusa koji ispunjavaju šupljinu gornje cijevi. Rezultati mjerenja pokazali su da vrsta zrna i postupak punjenja utječu na vodoravne tlakove koji ne uzimaju u obzir Janssenovu teoriju, koja se široko koristi u postojećim normama i standardima. Razlika u horizontalnim pritiscima donje polovice silosa (do 21 m od dna) kretala se od 12 do 48% i prosječno 30%. Također se bilježe razlike u vrijednostima tlaka duž perimetra poprečnog presjeka silosa s rotacijsko simetričnom raspodjelom tlaka. Autor zaključuje da ekscentrično punjenje silosa s duguljastim zrnima zubi dovodi do neravnomjerne raspodjele bočnih tlakova, što je uzrokovano anizotropnim ponašanjem masiva zrna.

Utjecaj metode punjenja na raspodjelu tlaka u silosnom modelu ispitan je u radu M. Molenda i sur. Utjecaj triju metoda punjenja na modelu silosa s različitom hrapavosti zida na vertikalno opterećenje na donji uzorak promjera silosa 0,61 m i visine 0,62 m. Osim toga, određeni su srednji bočni pritisci za određivanje koeficijenta bočnog tlaka  $\lambda$ . Ispunjavanje silosa izvršeno je na tri načina: centralno odozgo, duž opsega poprečnog presjeka i istovremeno preko cijele površine poprečnog presjeka preko sita tzv. "kiša". Za svaku vrstu punjenja provedeno je šest eksperimenata.

Rezultati su pokazali značajne razlike u bočnim pritiscima. S centralnim punjenjem najveći bočni tlak zabilježen je na 702 kN / m<sup>2</sup>, a najniži s padalinama od 579 kN / m<sup>2</sup>, razlika je bila 21%. Prilikom popunjavanja ruba, tlak je iznosio 668 kN / m<sup>2</sup>. za 15,4% više nego kod popunjavanja preko cijele površine poprečnog presjeka. Razliku u vrijednostima tlaka autori objašnjavaju kao



razliku u vrijednostima tlaka različitim volumetrijskim utezima za različite metode punjenja, što podrazumijeva veći kut unutarnjeg trenja u gustom punjenju i prema tome, manji bočni tlak. Kao rezultat toga, zaključeno je da prostorni raspored krutih čestica koje čine polje za punjenje odražava način na koji se formira, a mehaničko ponašanje labavih čestica ovisi o geometrijskoj strukturi koja određuje putove prijenosa naprezanja unutar polja.

Rezultati eksperimenata potvrđuju hipotezu utjecaja orijentacije u polju (orijentacija čestica) na opterećenja prenesena na zidove i dno silosa.

Z. Tong i sur. izvijestili su o rezultatima mjerenja vertikalnih i vodoravnih tlakova za različite orijentacije slaganja čestica u uzorku. Eksperimenti su izvedeni na pravokutnom uzorku koji je napunjen u kavezu širine 120 mm i visine 240 mm u posebno prilagođenom troosnom kompresijskom uređaju.

Uzorak se sastojao od željeznih šipki dugih 40 mm s ovalnim poprečnim presjekom s omjerom glavnih osi od 1: 2. Zatrpanje se sastojalo od mješavine šipki s dimenzijama dugih osi odjeljka 4, 2 i 1 mm, a težinski omjer bio je 8: 2: 1. Uzorak je punjen u krilu u različitim položajima kaveza na vodoravni, 0°, 30°, 60° i 90°. Izmjereni su vodoravni ( $\sigma_3$ ), okomiti ( $\sigma_1$ ) tlak i pomak. Bočni tlak se održavao konstantnom oznakom od 200 kPa. Maksimalni omjer tlaka  $\sigma_1 / \sigma_3$  zabilježeni su kod kuta punjenja od 0°, a minimalni omjer na 60° i 90°. Razlika je bila oko 36%. Autori naglašavaju značajan utjecaj orijentacije čestica zatrpanja na prirodu promjene naprezanja u uzorcima.

E. Gallego i Sur. istražili su bočni tlak pšenice na modelu silosa kružnog poprečnog presjeka promjera 100 cm i visine od 200 cm. Tlak je mjereno od generatora silosa u sedam položaja. Za mjerenje normalnog tlaka korištene su rupe od 150 x 150 mm. U rupe su umetnute ploče iste zakrivljenosti kao i zidovi, ostavljajući razmak od oko 1 mm. Ove ploče bile su pričvršćene na težinu vage. Vrijednosti normalnih tlakova na zidu dobivene su izravno od očitavanja, mjerača naprezanja, dijeljenjem vrijednosti sile prema površini ploče.

Razlika izmjerena i izračunata po Janssenovim vrijednostima iznosila je do 40%. U prosjeku, izmjereni tlakovi bili su 23% niži od izračunatih. Za određivanje projektnih vrijednosti upotrijebljen je koeficijent bočnog tlaka, dobiven omjerom izmjerenih vrijednosti srednjeg vodoravnog i vertikalnog tlaka na najnižoj mjernoj točki.

Iz analiziranja izvora, možemo zaključiti da su rezultati ispitivanja u kvalitativnom dogovoru s Janssenovom teorijom, ali često se razlikuju kvantitativno, u dva, a u nekim slučajevima i do pet puta, dok u nekim slučajevima ima manje tlaka. Osim toga, na bočni tlak utječe neravnomjerna raspodjela tlaka preko poprečnih presjeka i stupanj aktiviranja vanjskog trenja duž bočnih zidova. Slijedom toga, u izračunima i regulaciji građevinskih radova treba uzeti u obzir tehnologije izgradnje zatrpanja - slijed stvaranja masiva tla, koji se mogu nazvati tehnološkim čimbenicima.

## 4. Proračun opterećenja silosa zrnastim materijalom

Numeričkim primjerom sa prikazuje se način proračuna veličina opterećenja jedne silosne ćelije, prema standardu ACI 313-77.

Silosna ćelija je kružnog poprečnog presjeka, ispunjena ugljen, obujamske težine  $\gamma = 10 \text{ kN/m}^3$ , kuta unutrašnjeg trenja  $\varphi = 28^\circ$ , koeficijenta trenja na zidove ćelije  $\mu = 0,30$ , prema tabeli.

Elementi silosne ćelije:

- obujam silosne ćelije:

$$V = \frac{4,0^2 \times 3,14}{4,0} \times 6,0 + \frac{3,14 \times 2,50}{12} \times (4,0^2 + 4,0 \times 1,0 + 1,0^2) = 89,143 \text{ m}^3$$

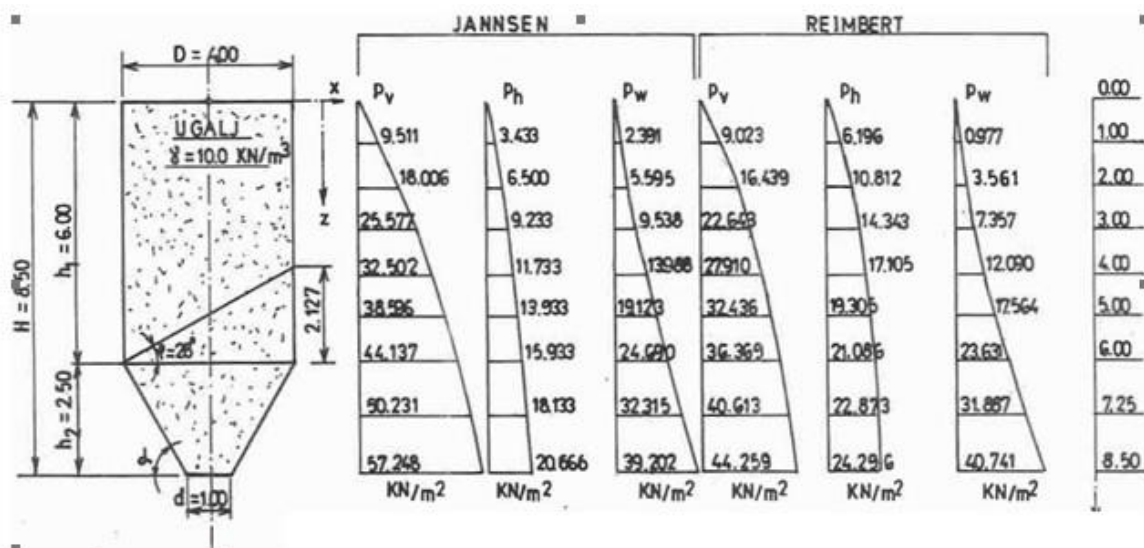
- ukupna površina plašta i lijevka:

$$\text{tg}\alpha = 2,50/1,50 = 1,6667 \quad (\alpha = 59,04^\circ)$$

$$\text{cos}\alpha = 0,514$$

$$\text{sin}\alpha = 0,857$$

$$A = 4,0 \times 3,14 \times 6,0 + \frac{3,14}{4} \times \frac{4,0^2 - 4,0 \times 1,0}{0,514} = 93,734 \text{ m}^2$$



Slika 6. Opterećenja silosne ćelije po Jannsen-u i Reimbert-u

$z_m$	$p_v$		$p_h$		$p_w$		$z_m$	$p_v$		$p_h$		$p_w$	
0,00		/		/		/	5,00	-	18,99	+	38,85	-	8,88
1,00	-	5,41	+	80,48	-	74,73	6,00	-	21,36	+	32,34	-	4,48
2,00	-	9,53	+	66,34	-	57,12	7,25	-	23,60	+	26,14	-	1,34
3,00	-	12,96	+	55,34	-	29,65	8,50	-	29,35	+	17,57	-	3,93
4,00	-	16,45	+	45,79	-	15,70							

Tablica 1. Prosječna razlika opterećenja po Reimbertu

- obujam plašta:

$$O = 4,0 \times 3,14 = 12,566 \text{ m}$$

- površina poprečnog presjeka cilindričnog dijela ćelije:

$$A = \frac{4,0^2 \times 3,14}{4,0} = 12,566 \text{ m}^2$$

- hidraulički radijus:

$$R = A / O = 12,566 / 12,566 = 1,00$$

Opterećenje silosne ćelije po Janssen-u:

$$\lambda = tg^2 (45 - \varphi / 2) = tg^2 (45 - 14) = 0,361$$

$$\max p_v = \frac{\gamma R}{\mu \lambda} = \frac{10,0 \times 1,0}{0,30 \times 0,361} = 92,336 \text{ kN/m}^2$$

$$\max p_h = \max p_v \lambda = 92,336 \times 0,361 = 33,333 \text{ kN/m}^2$$

Veličina vertikalnih tlaka  $p_v$ , horizontalnih potisaka  $p_h$  i sila trenja  $p_w$  prikazane su u tablici 2. i u tablici 1.

Dubina z, u m	$\max p_v$ kN/m <sup>2</sup>	$\lambda$	$e^{\frac{\mu\lambda z}{R}}$	$1-e^{\frac{\mu\lambda z}{R}}$	$p_v$ (2× 5) kN/m <sup>2</sup>	$p_h$ (3× 6) kN/m <sup>2</sup>	$p_w$ kN/m
1	2	3	4	5	6	7	8
0,00	92,336	0,361	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1,00			0,897	0,103	9,511	3,433	2,391
2,00			0,805	0,195	18,006	6,500	5,595
3,00			0,723	0,277	25,577	9,233	9,538
4,00			0,648	0,352	32,502	11,733	13,998
5,00			0,582	0,418	38,596	13,933	19,123
6,00			0,522	0,478	44,137	15,933	24,690
7,25			0,456	0,544	50,231	18,133	32,315
8,50			0,398	0,602	57,248	20,666	39,202

Tablica 2. Opterećenja silosne ćelije po Janssen-u

Opterećenje silosne ćelije po Reimbert-u:

$$p_{max} = \frac{\gamma D}{4\mu} = \frac{10,0 \times 4,0}{4 \times 0,30} = 33,333 \text{ kN/m}^2$$

$$C = \frac{D}{4\mu\lambda} = \frac{4,0}{4 \times 0,30 \times 0,361} = 9,234 \text{ m}$$

Veličina vertikalnog pritiska  $p_v$ , horizontalnog potiska  $p_h$  i sila trenja  $p_w$  prikazane su u tablici 3. i u tablici 2.

Dubina z, u m	$p_{max}$ kN/m <sup>2</sup>	C, u m	$p_v$ kN/m <sup>2</sup>	$p_h$ kN/m <sup>2</sup>	$p_w$ kN/m
1	2	3	4	5	6
0,00	33,333	9,234	0,000	0,000	0,000
1,00			9,023	6,196	0,977
2,00			16,439	10,812	3,561
3,00			22,643	14,343	7,357
4,00			27,910	17,105	12,090
5,00			32,436	19,305	17,564
6,00			36,369	21,086	23,631
7,25			40,613	22,873	31,887
8,50			44,259	24,296	40,741

Tablica 3. Opterećenja silosne ćelije po Reimbert-u

Opterećenja silosne ćelije izračunata po metodama Janssen-a i Reimbert-a, preporučenim američkim standardom ACI 313-77 , prikazane su u tablici 2, na kojoj su tablično obuhvaćene i prosječne razlike intenziteta opterećenja po Reimbert-u u usporedbi sa Janssen-om. Očigledno je da metoda Reimbert-a daje niže vrijednosti za vertikalni tlak  $p_v$  i silu trenja  $p_w$  , više vrijednosti za horizontalni potisak  $p_h$  što bi značilo da zahtjeva i jače dimenzije plašta i lijevka silosne ćelije, koje neposredno i zavise od intenziteta horizontalnog potiska  $p_t$ . Suglasno izvoru, metoda Reimbert-a dokazana je iscrpnim eksperimentalnim ispitivanjima intenziteta opterećenja na izgrađenim silosnim ćelijama, tako da je preporučljivo primjenjivati je u praksi.

Sva računska opterećenja, izračunata po metodi Janssen-a ili Reimbert-a ispravno je pomnožiti dinamičkim koeficijentom  $C_d$  , pa sa tako uvećanim opterećenjima odrediti dimenzije elemenata silosne ćelije.

U ovom slučaju, u proračun se uvode koeficijenti za količnik  $h_1/D = 6,0/4,0 = 1,5 < 2,0$ .

## 5. Usporedba rezultata proračuna

### 5.1. Granični uvjeti

$y_1(x)$  je opće rješenje diferencijalne jednačbe za gornji dio silosa  $h_1$ , a  $y_2(x)$  je opće rješenje diferencijalne jednačbe za niži dio silosa  $h_0$ .

• Zbog postojanja pokrova na vrhu silosa, pretpostavlja se da su prikvačene ili jednostavno podržane na njegovom opsegu:

$$\text{Za } x = h_1 + h_0 \quad y_1(x) = 0 \quad \text{i} \quad y_1''(x) = 0$$

• Na dnu, silos je fiksiran:

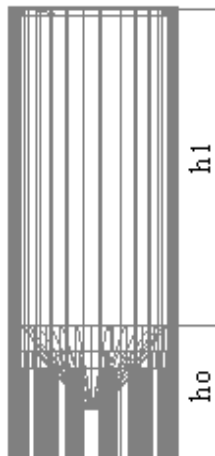
$$\text{Za } x = 0 \quad y_2(x) = 0 \quad \text{i} \quad y_2'(x) = 0$$

• Na mjestu gdje gornji dio sila udovoljava donjem dijelu, funkcija i njezine izvodnice su kontinuirani i prikazani su na sljedeći način:

$$\begin{aligned} \text{Za } x=h_0 \quad y_1(x) &= y_2(x) & y_1''(x) &= y_2''(x) \\ y_1'(x) &= y_2'(x) & y_1'''(x) &= y_2'''(x) \end{aligned}$$

### 5.2. Usporedba pristupa

Počnimo s postavljanjem diferencijalne jednačbe, obavimo analizu za svaki pristup i usporedimo rezultate kružnih silosa s lijevkom po istraživanju M. Khouri [12], pri čemu je zidna struktura neovisna. (Vidi sliku 7.)



Slika 7. Geometrija silosa

Zid silosa podijeljen je na dva dijela:

1. Gornji dio gdje se bočni tlak "p" primjenjuje između  $h_0$  i  $(h_0 + h_1)$ .

2. Donji dio gdje se ne primjenjuje bočni tlak između baze i tla, Timoshenko daje diferencijalnu jednadžbu za izračunavanje oblika deformacije zida izoliranjem okomite trake u zidu i upotrebom simetrije. Diferencijalna jednadžba koju daje Timoshenko i Gere [1] je:

$$y^{(4)} + 4\lambda^4 = p / DE \quad (5.1.)$$

u kojoj je  $y$  bočni pomak,  $\lambda$  je elastična dužina,

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{3(1-\nu^2)}{R^2 e_p^2}} \quad (5.2.)$$

DE je krutost savijanja:

$$DE = \frac{e_p^3}{12(1-\nu^2)} \quad (5.3.)$$

gdje je  $e_p$  debljina stijenke,  $R$  je prosječni radijus, a  $\nu$  je Poissonov omjer. Rješenje diferencijalne jednadžbe (5.1.) za gornji dio visine  $h_1$  silosa je:

$$y_h = e^{-\lambda x} [A1 \cdot \cos(\lambda x) + B1 \cdot \sin(\lambda x)] + e^{\lambda x} [A2 \cdot \cos(\lambda x) + B2 \cdot \sin(\lambda x)] \quad (5.4.)$$

Ako je konkretno rješenje jednadžbe (5.1)  $y_h$ , opće rješenje diferencijalne jednadžbe (5.1) za gornji dio  $h_1$  silosa je:

$$y_g = y_h + y_p \quad (5.5.)$$

Opće rješenje diferencijalne jednačbe (5.1) za donji dio  $h_0$  gdje nema zrna:

$$y_h = e^{-\lambda_x} [C_1 \cdot \cos(\lambda_x) + D_1 \cdot \sin(\lambda_x)] + e^{\lambda_x} [C_2 \cdot \cos(\lambda_x) + D_2 \cdot \sin(\lambda_x)] \quad (5.6.)$$

$A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1$  i  $D_2$  su konstante.

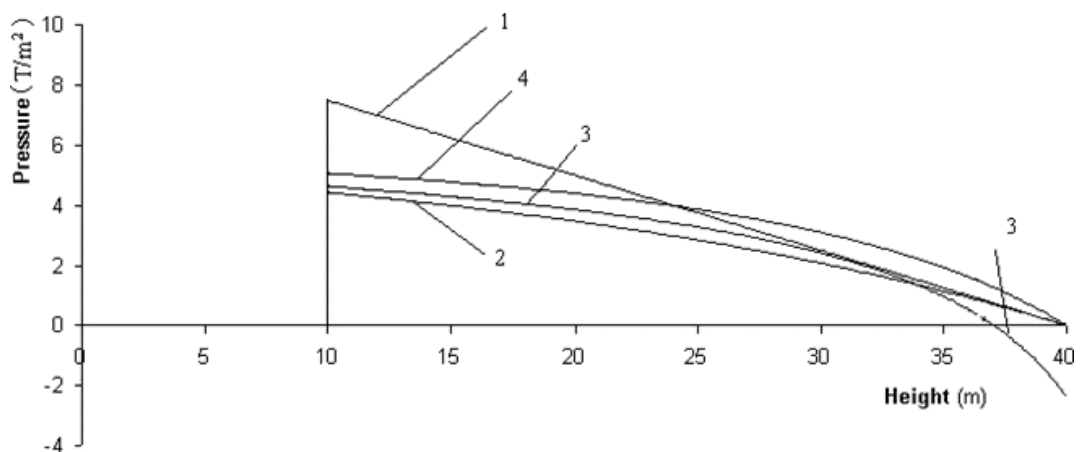
Janssenov pristup metodi za pronalaženje određenog rješenja je izravan, dok u slučaju Airya i Reimberat potrebna je upotreba metode redukcije reda.

### 5.3. Numerička usporedba između četiri pristupa

Kako bi se usporedile četiri metode, krivulja silosa uzimamo sa sljedećim ulaznim varijablama:

$$\gamma = 0,75 \text{ t} / \text{m}^3; h_0 = 10 \text{ m}; H_1 = 30 \text{ m}; D = 10 \text{ m}; EP = 0,3 \text{ m}.$$

$$v = 0,2; \rho = 30; \mu_1 = 0,3; \text{ Ukupna visina} = 40 \text{ m}.$$

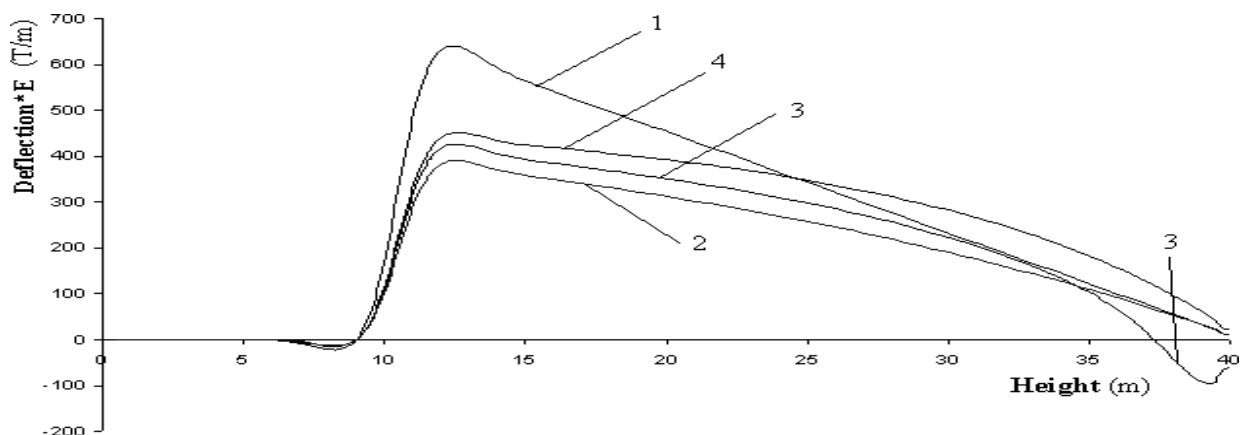


Slika 8. Tlak naspram visine za četiri metode.

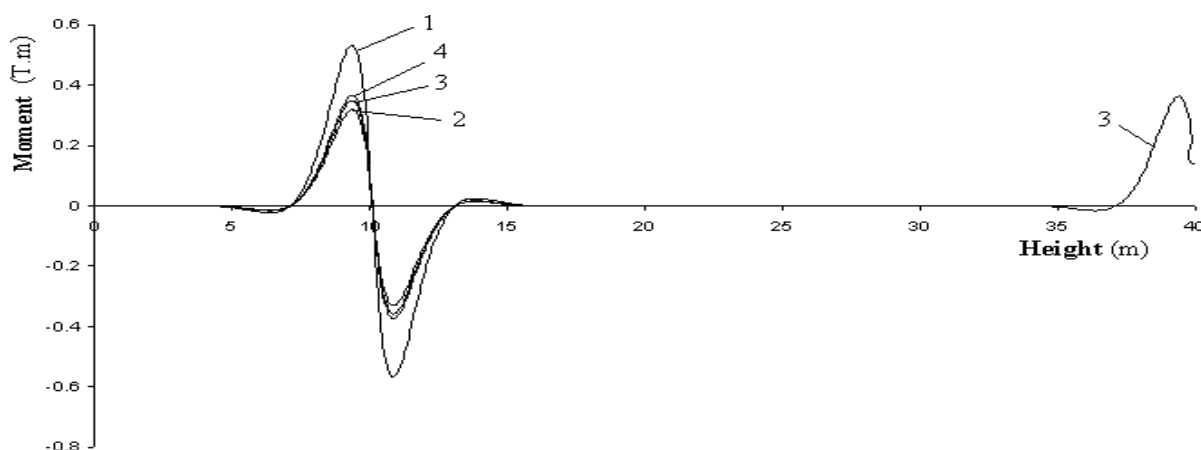
Slika 8 prikazuje razliku između primjene tlaka za sve četiri metode. Sljedeće Slike 10-13 predstavljaju usporedbu rezultata (progiba, posmične sile i obodne sile) za četiri metode.



Na grafikonima broj 1 označava pristup ponašanja vode, broj 2 predstavlja Janssenov pristup, broj 3 predstavlja Airyev pristup, a broj 4 prikazuje Reimbertov pristup.



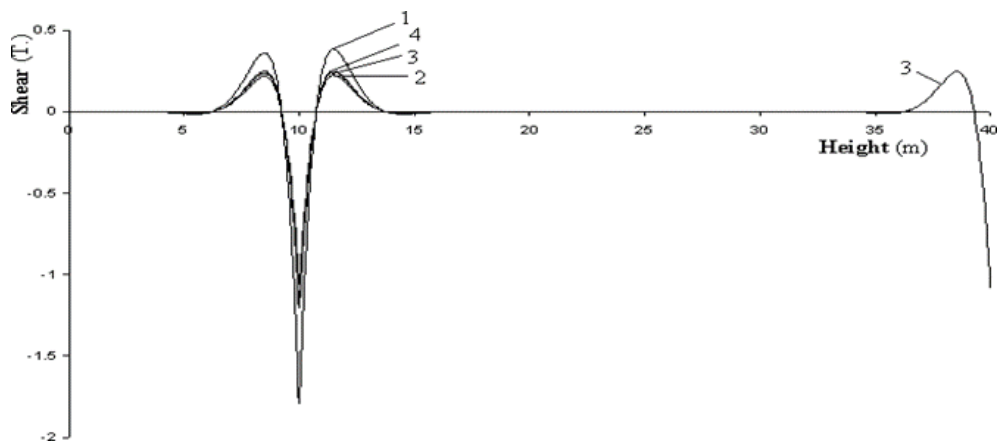
Slika 9. Progib visina u odnosu na četiri metode.



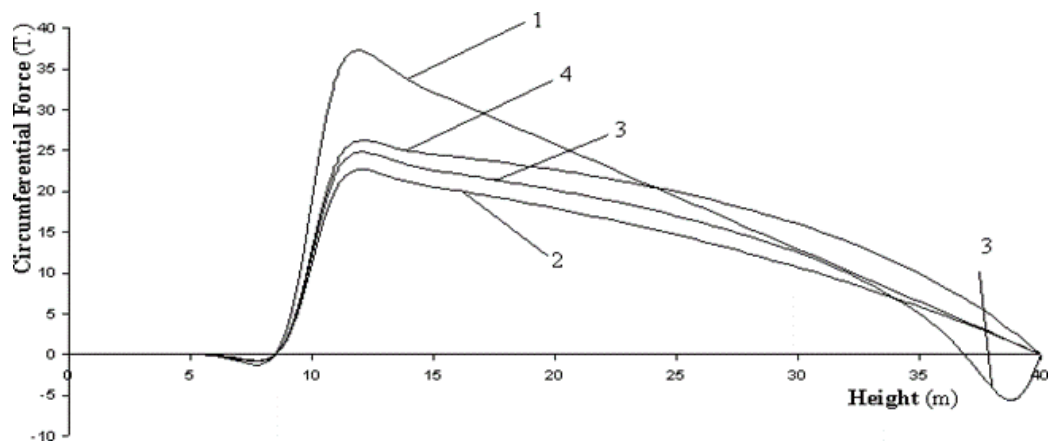
Slika 10. Moment naspram visine za četiri metode.

Kao što se može vidjeti na slici 10, moment je manji kako se mi pomičemo dalje od vrha lijevka prema gore, dok u istom području imamo otklon. To je zbog činjenice da je otpornost zidne membrane kompenzirana otklonom, čime se smanjuje otpornost na savijanje stjenke silosa. Za procjenu otklona, vrijednosti grafova (Progib \*E) bi trebale biti podijeljene po modulima elastičnosti E.

To se može uočiti na slikama 8-12 da Janssenova, Reimbertova i Ariyeva metoda daju usporedive rezultate, dok metoda prema ponašanju vode daje veću vrijednost u odnosu na gore navedena tri načina. Dakle, prosjek je izračunat za Reimbertovu i Janssenovu metodu samo što je isključen pristup ponašanja vode jer vrijednosti puno odskaču od ostalih rezultata.



Slika 11. Visina smicanja u odnosu na četiri metode

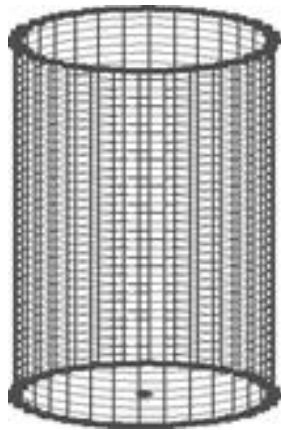


Slika 12. Sila N u obodnom smjeru prema visini za četiri metode.

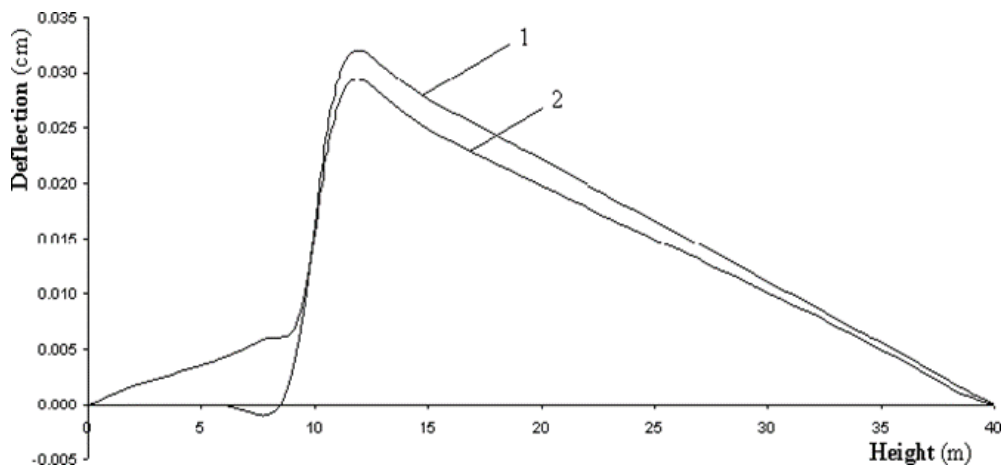
Uspoređujući tri metode (Janssen, Reimbert, Airy), Reimbert daje vrijednosti nešto veće od ostalih. Osim toga, Airyev način ne daje razumne vrijednosti na vrhu silosa s obzirom na činjenicu da njegova jednačba tlaka neispravno predstavlja ponašanje u tom području, kao što se može vidjeti na slici 8.

## 5.4. Usporedba s metodom konačnih elemenata

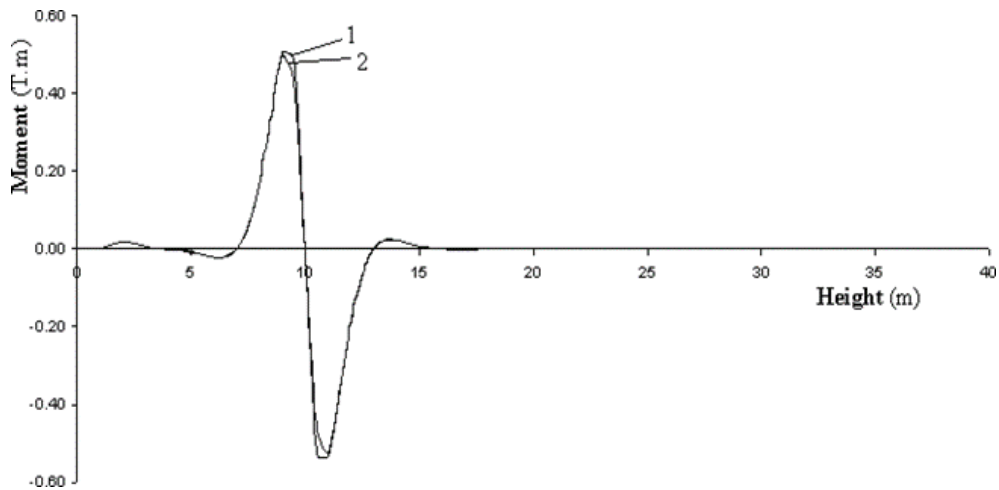
Kako bi se provjerila valjanost rezultata dobivenih rješavanjem diferencijalne jednačbe, analiza istog silosa gore učinjena je pomoću metode konačnih elemenata (Effel Program). Model konačnih elemenata na slici 13. Kako je definirano u pristupu pri ponašanju vode, bočni tlak i rezultati otklona, vrijeme vlaka i obodne sile dobivene metodom konačnih elemenata, te su uspoređeni s rezultatima dobivenim rješavanjima diferencijalne jednačbe.



Slika 13. Model konačnih elemenata



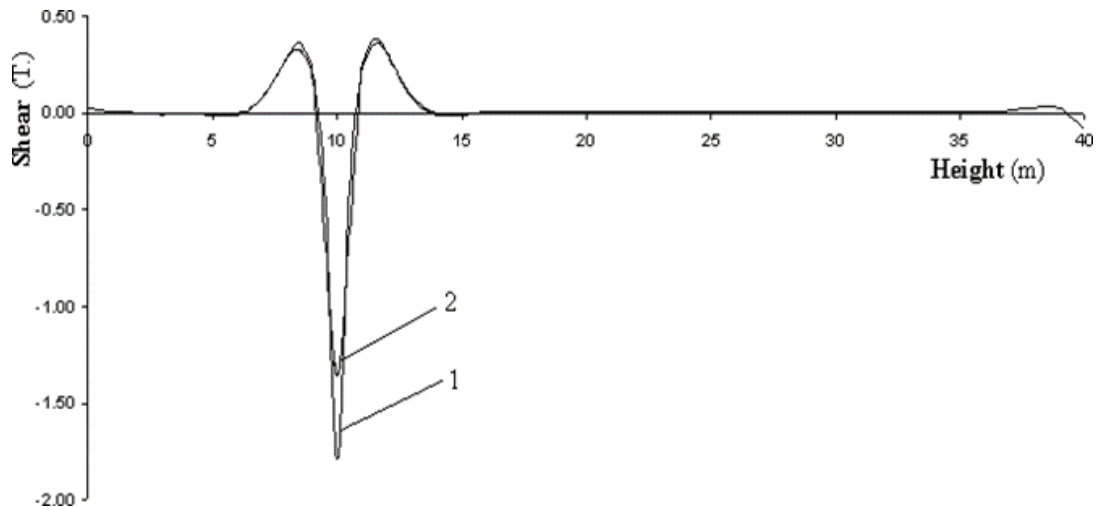
Slika 14. Otklon prema visini ( $E = 2000000 T/m$ ).



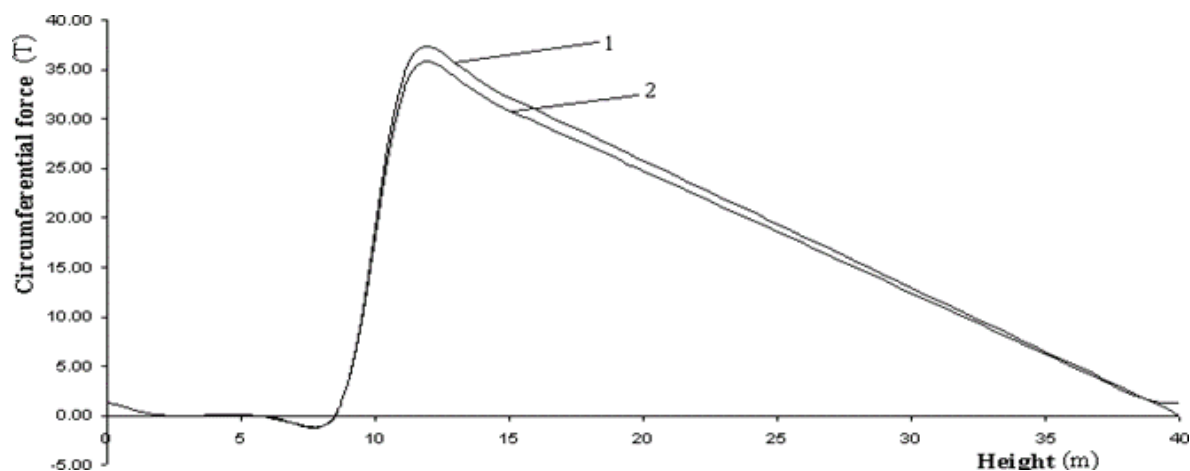
Slika 15. Moment u odnosu na visinu

Dvije metode su vrlo blizu jedna drugoj kao što se očekivalo (slike 14-17). Postoji mala razlika u grafovima s obzirom na činjenicu da su membranske sile (sile u plaštu) u vertikalnom smjeru u zidu silosa. Pretpostavlja se da su membranske sile nula i nisu uključene u diferencijalnu jednačbu, dok u metodi konačnih elemenata, te sile postoje.

Važno je napomenuti na slikama 14-17, broj 1 prikazuje rezultate diferencijalne jednačbe, a broj 2 prikazuje rezultate metodom konačnih elemenata. Obje metode su napravljene uzimajući u obzir prisustvo vode.



Slika 16. Vrijeme u odnosu na visinu



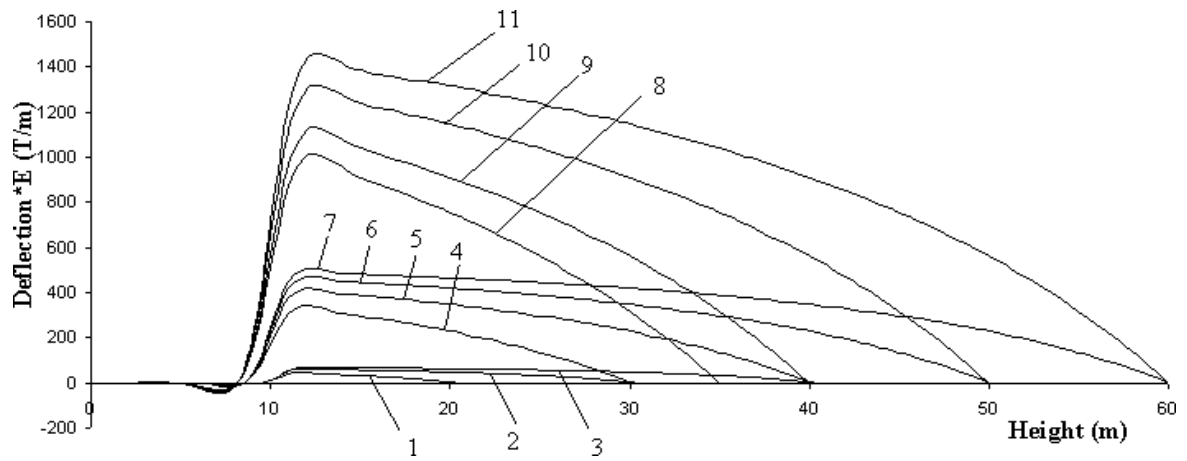
Slika 17. N sila u obodnom smjeru nasuprot visina

## 5.5. Prosječni rezultati za različite silosne dimenzije

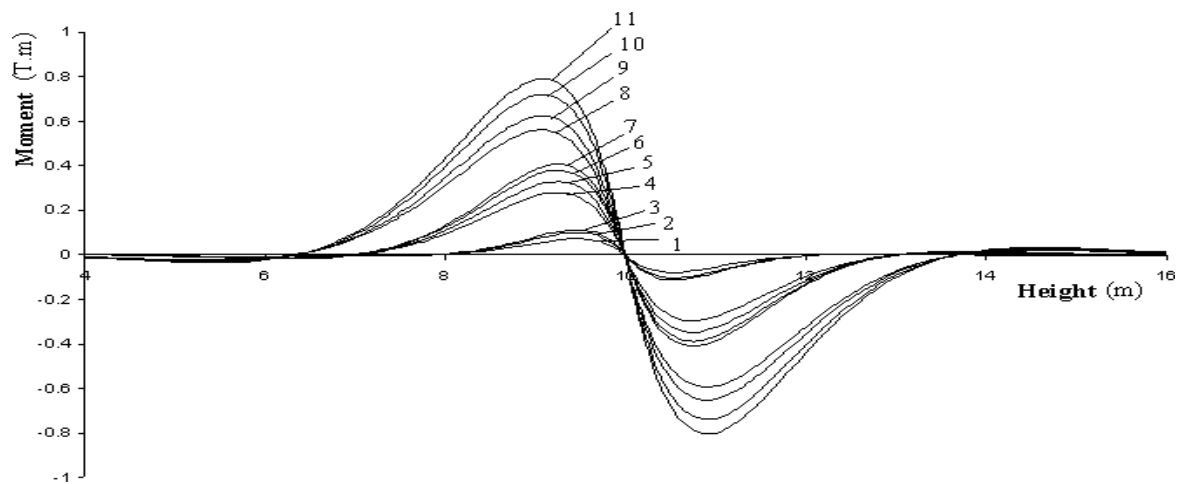
Nakon što napravimo usporedbu između svih pristupa, prosječne vrijednosti za Janssen-a, Airy-a i Reimbert-a izračunate za razne silose, sa različitim visinama, promjerom i debljinama stjenke, moramo imati na umu da samo silosi (a ne bunkeri) analizirani, za koje vrijedi da je omjer  $H / D$  veći od 1,5 [6].

Tablica 4: Dimenzije silosa koji se koriste u analizama.

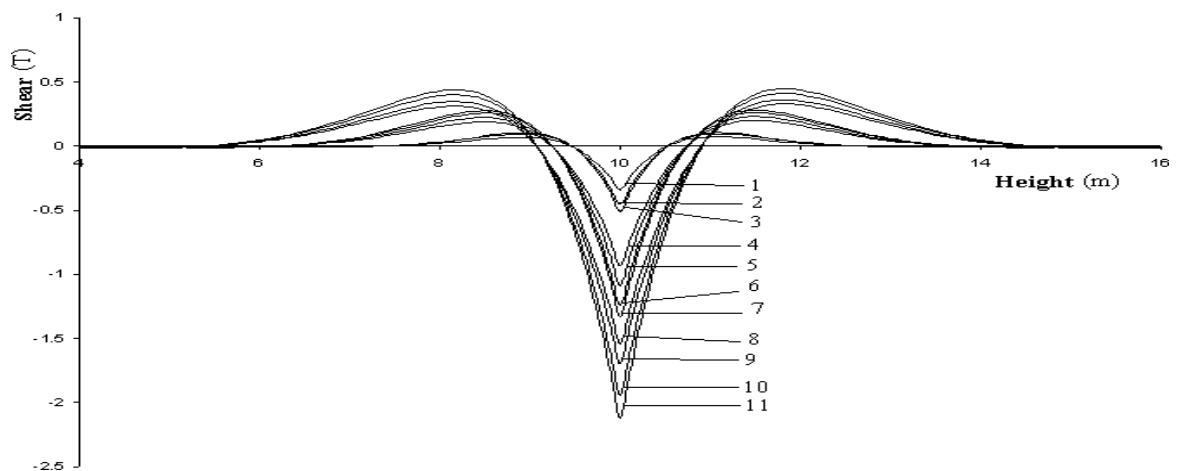
$D_{(M)}$	$h_0$ (m)	$h_1$ (m)	Oznake na grafovima
5	10	10	1
5	10	20	2
5	10	30	3
10	10	20	4
10	10	30	5
10	10	40	6
10	10	50	7
15	10	25	8
15	10	30	9
15	10	40	10
15	10	50	11



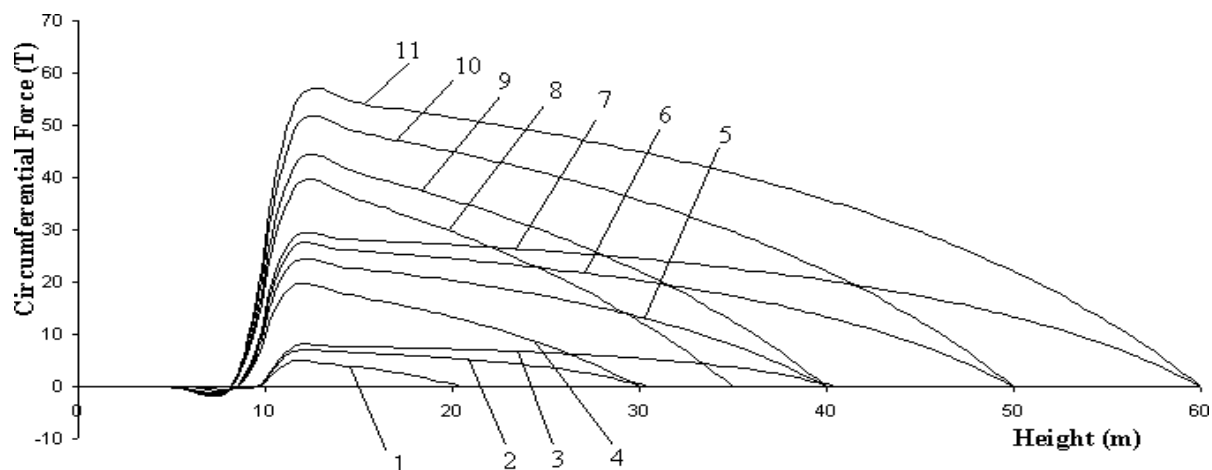
Slika 18: Prosječni otklon \* E naspram visine za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 30 \text{ cm}$ ).



Slika 19: Prosječno izvijanje naspram visine za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 30 \text{ cm}$ ).



Slika 20. Prosječna smicanja naspram visine za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 30 \text{ cm}$ ).

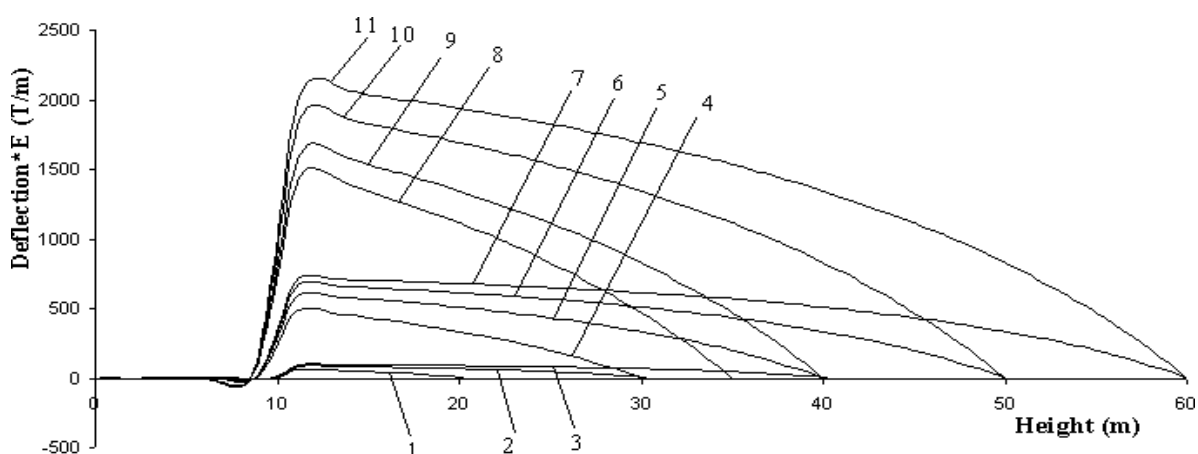


Slika 21. Prosječna sila  $N$  u obodnom smjeru prema visini za silose različitih dimenzija.

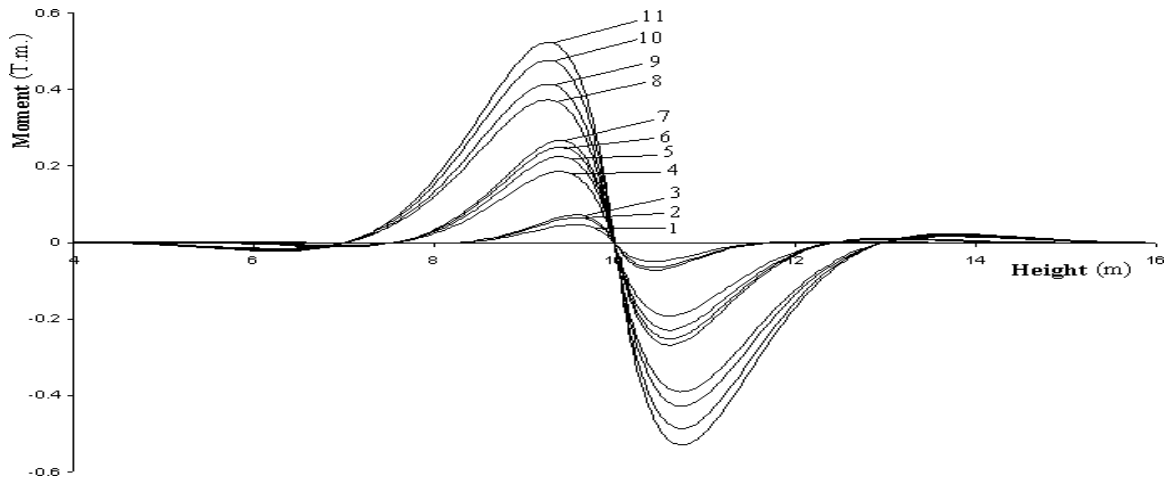
Dimenzije (prikazane u tablici 4) iz silosa odabranih u ovoj analizi zadovoljavaju taj uvjet, a obuhvaćaju veći broj korištenih silosa. Ostale ne izračunate dimenzije mogu se interpolirati.

Stoga, s obzirom na silos sa specifičnim dimenzijama iz krivulja prikazanih na slikama 18-25 se može odrediti posmične sile, moment, progib i membranska (obodna) sila  $N$  u obodnom smjeru, to se može obaviti izravno ili interpolacijom između krivulja.

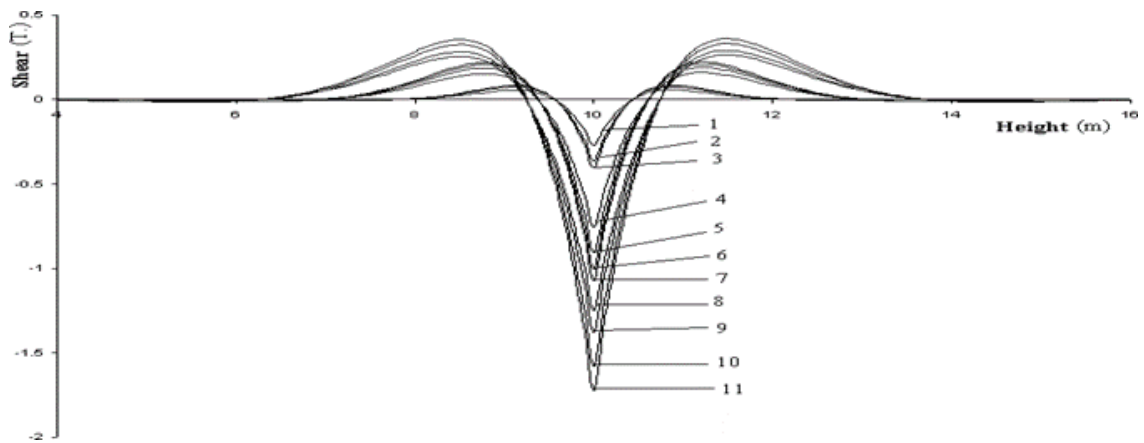
U gore navedenim grafikonima, materijal pohranjen u silosu ima gustoću  $\rho = 0.75 \text{ T} / \text{m}^3$ . Utvrđena posmična opterećenja, moment, savijanje ili sila  $N$  u smjeru opsega uskladištenog materijala s različitim jedinicama mase je vrijednost određena iz dijagrama i treba ju pomnožiti ( $\gamma_{\text{materijala}} / 0,75$ ) sa vrijednošću relativne proporcionalne težine same jedinice.



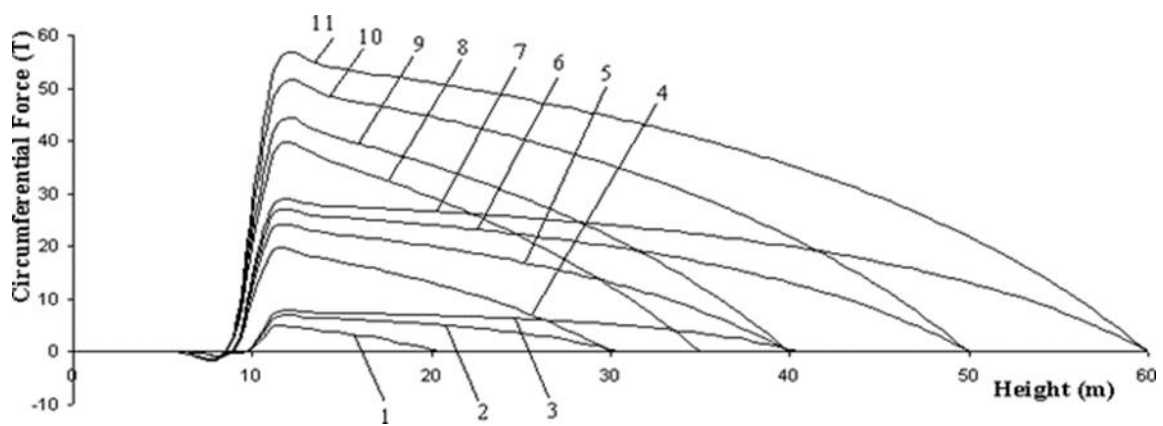
Slika 22. Prosječno izvijanje  $* E$  naspram visine za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 20 \text{ cm}$ ).



Slika 23. Prosječni moment naspram visine za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 20$  cm).



Slika 24. Prosječna visina smicanja za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 20$  cm).



Slika 25. Prosječna sila  $N$  u obodnom smjeru prema visini za silose sa različitim dimenzijama. ( $E_p = 20$  cm).



## 6. Zaključak

U ovom završnom radu opisane su metode za izračuna tlakova na bočne stjenke paralelnih konstrukcije, npr silosa.

Prvi dio se bavi usporedbom svih pristupa (Janssen, Airy , Reimbert i ponašanja vode), dok je drugi dio napravljen kako bi provjerili u zatvorenom obliku rješenje diferencijalne jednadžbe u kojoj je korištena metoda konačnih elemenata, te je na taj način provedena kontrola.

Prosječne vrijednosti nađene su za tri metode (Janssen, Airy i Reimbert). Ove prosječne vrijednosti su izračunate za savijanje, moment, vlak i obodne membranske sile, a grafički su prikazane za silose sa različitim visinama, promjerom i debljinom stjenke.

Iz navedenog možemo zaključiti sljedeće:

1. Janssen, Airy i Reimbert sa svojim pristupima o bočnom tlaku daju usporedive rezultate, dok pristup pri ponašanju vode daje veće vrijednosti od navedenih triju metoda, posebno u kritičnim područjima. Zbog tog razloga, način ponašanja voda je isključen u pronalaženju prosječne vrijednosti.

2. Kako se visina silosa povećava, povećava se i savijanje. Kod većih promjera silosa će se sila i savijanja povećati.

3. Analiza metodom konačnih elemenata je vrlo blizu bočnom tlaku bez obzira na pristup

4. Prosječne vrijednosti za savijanje i sile mogu se koristiti iz grafikona u svrhu projektiranja. S obzirom na materijal i jediničnu težinu g materijala punjenja u određenom volumenu silosa, može se predložiti odgovarajuća visina, promjer i debljina stjenki, zatim je potrebno odrediti sile koje djeluju na zid. Ako točne dimenzije nisu dostupne u grafovima, mogu se interpolirati i odrediti odgovarajuće vrijednosti.

## 7. Literatura

Knjige:

- [1] Timoshenko, S. and Gere, J. (1963): "Theory of Elastic Stability", Second Edition, McGraw-Hill, Mechanical Engineering Series.
- [2] Timoshenko, S. and Woinowsky-Krieger, S. (1959): "Theory of Plates and Shells", Second Edition, McGraw-Hill, Engineering Mechanics Series.
- [3] Janssen H.A. (1885): "Versuche Uber Getreidedruck in Silozellen", VDI Zeitschrift, Dusseldorf, V.39.
- [4] Reimbert M. and Reimbert A. (1976): "Silos-Theory and Practice", Trans Tech Publication, 1st Edition, Claustal, Germany.
- [5] Airy W. (1897): "The Pressure of Grain", Minutes of Proceedings, Institute of Civil Engineers, London, V 131.
- [6] Safarian and Harris (1984): "Design and Construction of Silos and Bunker", Published by Van Nostrand Reinhold Company, New York.
- [7] Thonier, H. (1993): "Conception et Calcul de Structure des Bâtiments", Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.
- [8] Fintel, M. (1974): "Handbook of Concrete Engineering", Published by Van Nostrand Reinhold Company, 2nd edition, New York.
- [9] "ACI Manual of Concrete Practice" (1995): Part 4, Committee 313, American Concrete Institute, Redford Station, Detroit, Michigan.
- [10] Jenike A.W., Elsey P.J., and Wooley R.M. (1960): "Flow Properties of Bulk Solids", ASTM, Proceedings, V.60.
- [11] Spiegel, M.R. (1971): "Advanced Mathematics for Engineers & Scientists", Schaums Outline Series, McGraw-Hill Book Company, 1971.
- [12] M. Khouri (2005): "Comparison of various methods used in the analysis of silos without wall friction", Department of Civil Engineering, Lebanese University, Lebanon.
- [13] Kleyn G.K. Tsyurupy (1977): Stroitel'naya mekhanika sypuchikh tel. 2-ye izd. pererab. i dop. Moskva: Stroyizdat.

Doktorski, magistarski i diplomski radovi:

- [14] A. Aniskin (2017): Bočni tlak zrnate anizotropne sredine na blisko postavljene stijenke s obzirom na tehnološke faktore, Doktorski rad, Državna akademija za građevinu i arhitekturu, Odessa.

Internet izvori:

- [15] <http://www.simpol.hr/index.php/mlinovi/96-ponuda/silos>
- [16] <http://www.enciklopedija.hr/natuknica.aspx?id=55974>
- [17] [http://www.np.ac.rs/downloads/nm/nm\\_teh/gradj/bk3/bk3\\_2a.pdf](http://www.np.ac.rs/downloads/nm/nm_teh/gradj/bk3/bk3_2a.pdf)
- [18] <http://www.pfos.unios.hr/upload/documents/Skladistenje%20ratarskih%20proizvoda%20-prirucnik%20za%20vjezbe.pdf>

## Popis slika

Slika 1. Silosi sa konusnim dnom.....	8
Slika 2. Silos za stočnu hranu.....	9
Slika 3. Silos za piljevinu.....	9
Slika 4. Silos ravnog dna.....	10
Slika 5. Silos KWP-10.....	11
Slika 6. Opterećenja silosne ćelije po Janssen-u i Reimbert-u.....	21
Slika 7. Geometrija silosa.....	25
Slika 8. Tlak naspram visine za četiri metode.....	27
Slika 9. Progib visina u odnosu na četiri metode.....	28
Slika 10. Moment naspram visine za četiri metode.....	28
Slika 11. Visina smicanja u odnosu na četiri metode.....	29
Slika 12. Sila N u obodnom smjeru prema visini za četiri metode.....	29
Slika 13. Model konačnih elemenata.....	30
Slika 14. Otklon prema visini ( $E = 2000000 \text{ T / m}$ ).....	30
Slika 15. Moment u odnosu na visinu.....	31
Slika 16. Vrijeme u odnosu na visinu.....	31
Slika 17. N sila u obodnom smjeru nasuprot visina.....	32
Slika 18: Prosječni otklon * E naspram visine za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 30 \text{ cm}$ ). ....	33
Slika 19: Prosječno izvijanje naspram visine za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 30 \text{ cm}$ ). ....	33
Slika 20. Prosječna smicanja naspram visine za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 30 \text{ cm}$ ). ....	33
Slika 21. Prosječna sila N u obodnom smjeru prema visini za silose različitih dimenzija. ....	34
Slika 22. Prosječno izvijanje * E naspram visine za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 20 \text{ cm}$ ). ....	34
Slika 23. Prosječni moment naspram visine za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 20 \text{ cm}$ ). ....	35
Slika 24. Prosječna visina smicanja za silose različitih dimenzija. ( $E_p = 20 \text{ cm}$ ). ....	35
Slika 25. Prosječna sila N u obodnom smjeru prema visini za silose sa različitim dimenzijama. ( $E_p = 20 \text{ cm}$ ).....	35

## **Popis tablica**

Tablica 1. Prosječna razlika opterećenja po Reimbertu.....	22
Tablica 2. Opterećenja silosne ćelije po Janssen-u .....	23
Tablica 3. Opterećenja silosne ćelije po Reimbert-u.....	24
Tablica 4. Dimenzije silosa koji se koriste u analizama .....	32

IZJAVA O AUTORSTVU  
I  
SUGLASNOST ZA JAVNU OBJAVU

Završni/diplomski rad isključivo je autorsko djelo studenta koji je isti izradio te student odgovara za istinitost, izvornost i ispravnost teksta rada. U radu se ne smiju koristiti dijelovi tuđih radova (knjiga, članaka, doktorskih disertacija, magistarskih radova, izvora s interneta, i drugih izvora) bez navođenja izvora i autora navedenih radova. Svi dijelovi tuđih radova moraju biti pravilno navedeni i citirani. Dijelovi tuđih radova koji nisu pravilno citirani, smatraju se plagijatom, odnosno nezakonitim prisvajanjem tuđeg znanstvenog ili stručnoga rada. Sukladno navedenom studenti su dužni potpisati izjavu o autorstvu rada.

Ja, Jura Gregur (ime i prezime) pod punom moralnom, materijalnom i kaznenom odgovornošću, izjavljujem da sam isključivi autor/ica završnog/diplomskog (obrisati nepotrebno) rada pod naslovom Proračun opterećenja na konstrukcije s paralelnim stjenkama (upisati naslov) te da u navedenom radu nisu na nedozvoljeni način (bez pravilnog citiranja) korišteni dijelovi tuđih radova.

Student/ica:  
(upisati ime i prezime)

Jura Gregur  
(vlastoručni potpis)

Sukladno Zakonu o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju završne/diplomske radove sveučilišta su dužna trajno objaviti na javnoj internetskoj bazi sveučilišne knjižnice u sastavu sveučilišta te kopirati u javnu internetsku bazu završnih/diplomskih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice. Završni radovi istovrsnih umjetničkih studija koji se realiziraju kroz umjetnička ostvarenja objavljuju se na odgovarajući način.

Ja, Jura Gregur (ime i prezime) nepozivo izjavljujem da sam suglasan/na s javnom objavom završnog/diplomskog (obrisati nepotrebno) rada pod naslovom Proračun opterećenja na konstrukcije s paralelnim stjenkama (upisati naslov) čiji sam autor/ica.

Student/ica:  
(upisati ime i prezime)

Jura Gregur  
(vlastoručni potpis)