

# Armiranobetonske konzole velikih raspona

---

**Horvat, Veronika**

**Undergraduate thesis / Završni rad**

**2022**

*Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj:* **University North / Sveučilište Sjever**

*Permanent link / Trajna poveznica:* <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:122:728385>

*Rights / Prava:* [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

*Download date / Datum preuzimanja:* **2024-11-23**



*Repository / Repozitorij:*

[University North Digital Repository](#)





**Sveučilište  
Sjever**

**Završni rad br. 442/GR/2022**

## **Armiranobetonske konzole velikih raspona**

Veronika Horvat, 0082059787

Varaždin, rujan 2022. godine





**Sveučilište  
Sjever**

**Završni rad br. 442/GR/2022**

## **Armiranobetonske konzole velikih raspona**

### **Student**

Veronika Horvat, 0082059787

### **Mentor**

Predrag Presečki, dipl. ing. građ.

Varaždin, rujan 2022. godine



## Prijava završnog rada

### Definiranje teme završnog rada i povjerenstva

ODJEL	Odjel za graditeljstvo		
STUDIJ	preddiplomski stručni studij Graditeljstvo		
PRISTUPNIK	Veronika Horvat	MATIČNI BROJ	0082059787
DATUM	20.09.2022.	KOLEGIJ	Montažno građenje
NASLOV RADA	Armiranobetonske konzole velikih raspona		
NASLOV RADA NA ENGL. JEZIKU	Reinforced concrete cantilevers of large spans		
MENTOR	Predrag Presečki, dipl. ing. pred.	ZVANJE	Predavač
ČLANOVI POVJERENSTVA	1. prof.dr.sc. Božo Soldo		
	2. doc.dr.sc. Željko Kos		
	3. doc.dr.sc. Aleksej Aniskin		
	4. dipl. ing. pred. Predrag Presečki		
	5. _____		

### Zadatak završnog rada

BROJ	442/GR/2022
OPIS	

Analizira se problematika armiranobetonskih konzola u pločama visokogradnje. Budući da progib konzole ovisi o upetosti i kutu zaokreta, raspon konzole najčešće se limitira do 3 metra. U ovom radu analiziran je primjer armiranobetonske konzole velikog raspona, prikazani rezultati te predloženo rješenje prednapinjanja betona kao vrlo efikasna metoda za izvedbu nosača ovakve vrste. Ključne riječi: Armiranobetonska konzola velikog raspona, armirani beton, prednapeti beton, montažno građenje

#### Literatura:

Betonske konstrukcije - odabrana poglavlja, DHKG, Zagreb, 1993.  
Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija - Dio 1-1: Opća pravila i pravila za zgrade, Hrvatski zavod za norme, nHRN EN 1992-1-1:2013/NA  
Radić, J.: Betonske konstrukcije 1, Zagreb, 2006.  
Aalami, B.: Osnove proračuna naknadno napetih betonskih stropova, izdanje HUBITG, Zagreb 2009.

ZADATAK URUČEN 03.06.2022.



**SAŽETAK:**

Analizira se problematika armiranobetonskih konzola u pločama visokogradnje. Budući da progib konzole ovisi o upetosti i kutu zaokreta, raspon konzole najčešće se limitira do 3 metra. U ovom radu analiziran je primjer armiranobetonske konzole velikog raspona, prikazani rezultati te predloženo rješenje prednapinjanja betona kao vrlo efikasna metoda za izvedbu nosača ovakve vrste.

Ključne riječi: armiranobetonska konzola velikog raspona, armirani beton, prednapegnuti beton, montažno građenje

**ABSTRACT:**

The issue of reinforced concrete brackets in high-rise building slabs is analyzed. Since the deflection of the console depends on the tension and the angle of rotation, the range of the console is usually limited to 3 meters. In this paper, an example of a reinforced concrete cantilever with a large span is analyzed, the results presented and the proposed solution of prestressing concrete as a very efficient method for the construction of supports of this type are presented.

Key words: large-span reinforced concrete cantilever, reinforced concrete, prestressed concrete, prefabricated construction

## POPIS KORIŠTENIH KRATICA

m	metar
cm	centimeter
mm	milimeter
kPa	kilopaskal
kN	kilonjutn
w	progib
$\varphi$	kut zaokreta
$M_y$	moment savijanja
$T_z$	poprečna sila
$EI_y$	fleksijska krutost
q	opterećenje
$f_{pk}$	karakteristična vlačna čvrstoća
$f_{p0,1,k}$	karakteristična granica naprezanja
$\varepsilon_{pu}$	ukupna deformacija
$P_0$	početna sila prednapinjanja
$\sigma$	naprezanje
$A_p$	površina kabela



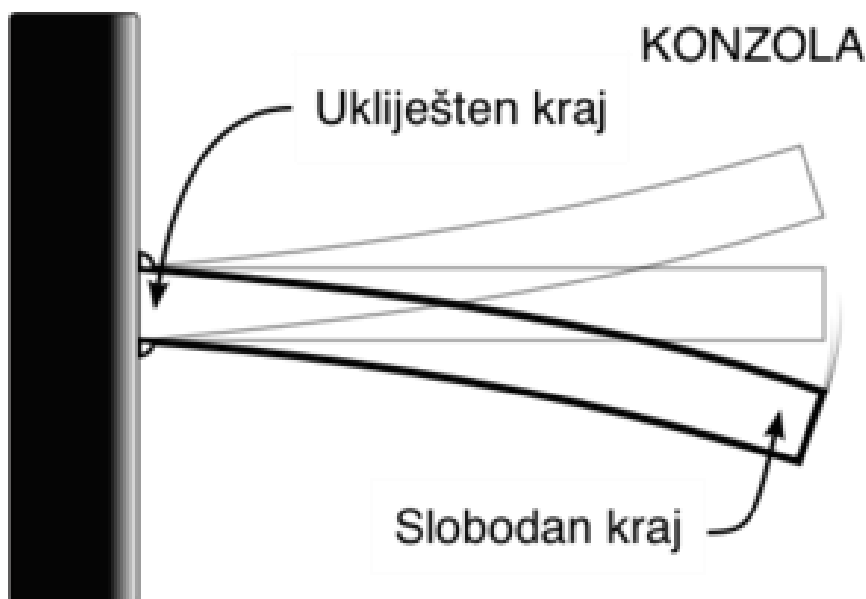
# Sadržaj

<b>1. UVOD</b> .....	1
1.1. DEFINICIJA DUGE KONZOLE .....	1
1.2. PREDNAPREGNUTI BETON .....	3
1.3. SUSTAVI ZA PREDNAPINJANJE .....	5
<b>2. PROBLEMATIKA PROGIBA KONZOLE</b> .....	7
2.1. POJAM ELASTIČNE LINIJE .....	8
2.2. DIFENCIJALNA JEDNADŽBA ELASTIČNE LINIJE .....	9
<b>3. ANALIZA PRIMJERA</b> .....	12
3.1. PROJEKT „ADRIA“ .....	12
3.2. ODABIR MATERIJALA I VRIJEDNOSTI ZA IZVEDBU .....	14
3.3. ANALIZA .....	17
3.4. PRIKAZ REZULTATA .....	21
3.4.1. POMACI PLOČE.....	21
3.4.2. KONTROLA POMAKA.....	25
3.4.3. MOMENTNI DIJAGRAMI.....	27
3.4.4. DIJAGRAMI NAPREZANJA .....	30
<b>4. ZAKLJUČAK</b> .....	35
<b>5. LITERATURA</b> .....	36

# 1. UVOD

## 1.1. DEFINICIJA DUGE KONZOLE

Konzola je konstrukcijski element koji se sastoji od jednog raspona s upetim osloncem na jednom kraju, a drugi kraj je slobodan. U ovoj gredi, kada je greda opterećena na jednom kraju, tada se na fiksnom kraju stvara veliki moment i ako se primijeni više opterećenja, tada se može osloboditi oslonca. Također, na slobodnom kraju se javljaju progibi koji su preveliki i dolazi do pucanja konstrukcije.



Slika 1: Konzolna greda

Budući da su konzole konstrukcijski elementi u kojima su veliki pomaci i promjene naprezanja, ovakve konstrukcije su potencijalno kompleksne za izvedbu upravo zbog poteškoća koje se javljaju kod postizanja upetosti na slobodnom kraju. Međutim, tehnološkim napretkom u vidu novih čvršćih betona i ugradnji istog, računalnih numeričkih metoda proračuna, konzolne konstrukcije su sve češće u izvedbi.

Obično je, za male konzolne grede, raspon ograničen na 2 do 3 m, no raspon se može povećati ili povećanjem visine presjeka ili upotrebom čelične ili prednapregnute konstrukcijske jedinice. Raspon se može konstruirati dugim, s obzirom da konstrukcija može neutralizirati momente koje stvara konzola i sigurno ih prenijeti na tlo. Detaljna analiza i projektiranje konstrukcije može pomoći u proučavanju mogućnosti konzolnih greda s dugim rasponom.

Postoje brojni primjeri praktične primjene konzolnih greda u gradnji zgrada, mostova, industriji i specijalnim građevinama.



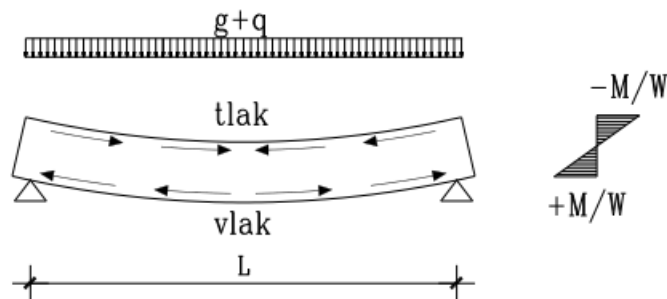
Slika 2: Kuća Špilja, Opatija, Hrvatska



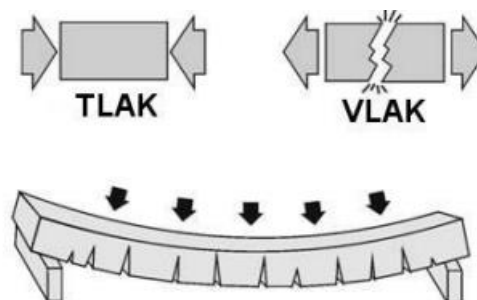
Slika 3: Nadstrešnica za auto

## 1.2. PREDNAPREGNUTI BETON

Kako otpornost na vlačnu čvrstoću betona iznosi desetinu tlačne čvrstoće, vlačna naprezanja izazvana vanjskim opterećenjem, skupljanjem i temperaturom brzo dostižu vlačnu čvrstoću te dolazi do pucanja armiranobetonske konstrukcije. Armirani beton, u ovom slučaju prednapregnuti armirani beton, je kombinacija dvaju materijala koja su po svojim mehaničkim svojstvima različita, no u kombinaciji gdje beton u prvom redu prima tlačna, a čelik vlačna naprezanja, postiže se dobro iskorištavanje oba materijala te daju mnoge prednosti poput svladavanja velikih raspona uz manju masu i veću vitkost, izostanak pukotina (što povećava trajnost konstrukcije), progibi su smanjeni, a otpornost na zamor povećana (posljedica malih promjena naprezanja u čeliku za prednapinjanje) te montažna gradnja je racionalizirana, a samim time i ubrzana. Nedostaci ovakvih konstrukcija su velika preciznost kako u projektiranju, tako i u izvođenju, potrebna je stručna radna snaga (zbog zahtjevnijih radova) i posebna oprema te je gradivo skuplje.

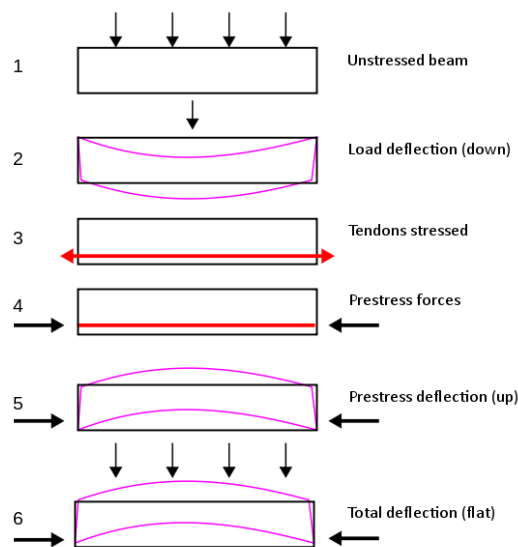


Slika 4: Dijagram normalnih naprezanja u betonskoj gredi



Slika 5: Betonska greda

Prednapregnuti beton je armirani beton u kojem je, prije ili istodobno s nanošenjem opterećenja (obično je to samo vlastita težina), umjetno stvoreno trajno naprezanje koje zajedno s naprezanjem od vanjskog opterećenja daje naprezanje u svakoj točki i za sva predvidiva vanjska opterećenja ne pramašuje vrijednosti naprezanja koje materijal može trajno podnositi. Sile prednapinjanja ostvaravaju se ugradnjom natega (kablova) ili šipki za prednapinjanje, koje se rastežu prešama, a nakon očvršćenja betona se sidre u njegove plohe ili unutrašnjost. Tako dobivena naprezanja moraju biti manja od dopustivih vrijednosti u svima fazama izvedbe i uporabe građevine. [1]



Slika 6: Princip prednapregnutog betona

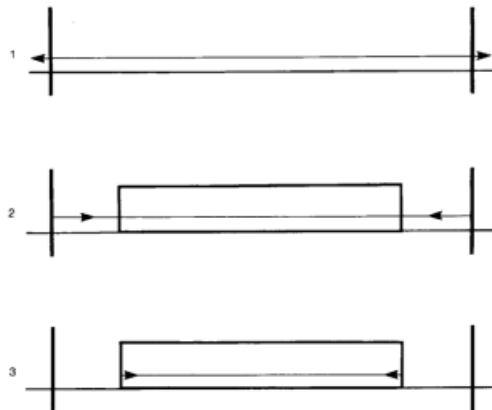
Usporedba (Slika 6.) neprednapregnute grede (gore) i prednapregnute betonske grede (dolje) pod opterećenjem:

- 1) Neprednapregnuta greda bez opterećenja
- 2) Neprednapregnuta greda s opterećenjem
- 3) Prije nego što se beton skrutne, zatežu se tetive ugrađene u beton
- 4) Nakon što se beton skrutne, tetive primjenjuju tlačno naprezanje na beton
- 5) Prednapregnuta greda bez opterećenja
- 6) Prednapregnuta greda s opterećenjem.

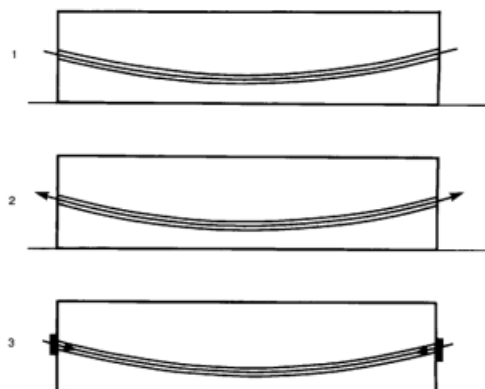
Prednapregnute konstrukcije upotrebljavaju se kod građevina s elementima velikih raspona kao što su mostovi, zgrade, montažne građevine, hale, krovne konstrukcije, silosi, bunker, te za potrebe sanacije postojećih građevina...

### 1.3. SUSTAVI ZA PREDNAPINJANJE

Glavni dijelovi sustava za prednapinjanje sastoje se od: čelika, betona i morta za injektiranje. Prema načinu prednapinjanja razlikujemo prethodno (adhezijsko) i naknadno (kablovsko) prednapinjanje. Naknadno prednapinjanje može biti unutarnje, gdje se kabel nalazi u presjeku, ili vanjsko, gdje se kabel nalazi izvan presjeka.



Slika 7: Adhezijsko prednapinjanje (prednapinjanje prije stvrdnjavanja betona)



Slika 8: Kablovsko prednapinjanje (prednapinjanje nakon stvrdnjavanja betona)

Materijal odabran za izvedbu ovakvih sustava mora zadovoljavati određene uvjete, odnosno zahtjeve kako bi prednapinjanje bilo moguće izvesti tako da se osigurava sigurnost konstrukcije.

Kao zahtjevi na čelik za prednapinjanje ističu se: visoka čvrstoća, niska relaksacija, mogućnost oblikovanja savijanjem na hladno, zavarljivost, niska osjetljivost na koroziju (posebno naponsku), geometrijska pravilnost, dobra prionjivost (kod posebnih zahtjeva) te otpornost na zamor (kod posebnih zahtjeva). Zahtjevi na beton u prednapregnutim konstrukcijama su: visoka tlačna čvrstoća, mali iznos skupljanja i puzanja te trajnost betona. Mort se do ukrućenja mora širiti kako bi popunio eventualne praznine.

Cementni mort se najčešće nalazi u ulozi injekcijske smjese za popunjavanje prostora između kabela i zaštitnih cijevi, no prostor se može i ispuniti i s drugim materijalima poput: masti, ulja i voska.

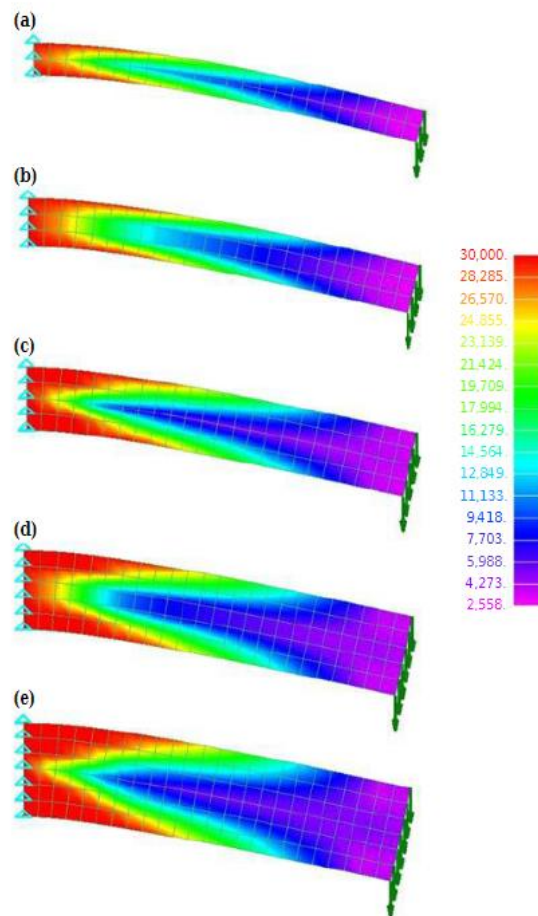
Natege ispunjene takvim materijalima (unbonded) nisu spojene s presjekom i kod njih postoji drugačiji tretman kod dokaza na slom (proračun uzdužne armature) dok kod natege injektirane injekcijskom smjesom na bazi cementa (bonded) dolazi do promjene deformacija od djelovanja ostalih opterećenja. Iz tog razloga, kod bonded natege dobiva se manje armature iz dokaza na slom.



Slika 9: Primjer ploče s „bonded“ i „unbonded“ kabelima

## 2. PROBLEMATIKA PROGIBA KONZOLE

Poznato je da dobar odabir građevinskog materijala te geometrije osigurava zadovoljavanje potrebnih uvjeta krutosti, čvrstoće i stabilnosti, odnosno deformacije konstrukcije ne smiju biti veće od dopuštenih vrijednosti ili takve da bi trajno djelovale na stabilnost konstrukcije. Deformacija materijala općenito je naziv za progib, izduženje odnosno skraćenje, zakrivljenost, promjenu nagiba elemenata i uvrtnje.



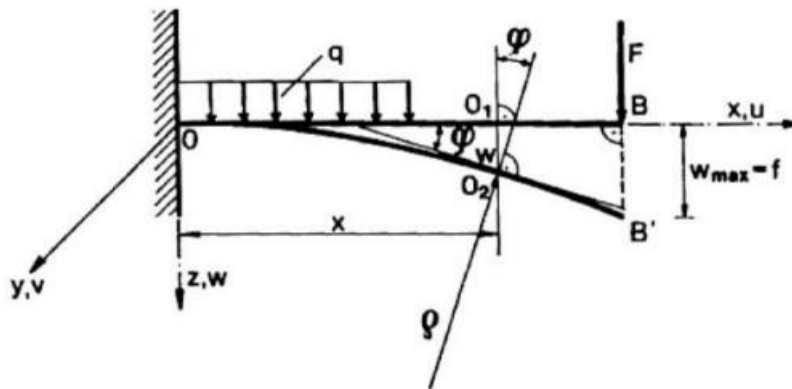
Slika 10: Konture naprezanja na modelima konzolne grede različitih geometrija, naprezanje izraženo u kPa

Značajan parametar graničnog stanja deformiranja je progib konstruktivnih elemenata. Prognoziranje progiba vrlo je složen proces zbog utjecaja velikog broja čimbenika koji se mijenjaju uzduž osi elementa te je bitno uzeti u obzir i vremensku komponentu. Upravo zbog toga nije moguće dobiti potpuno točan algoritam za proračun progiba već se koriste približni postupci koji se temelje na rezultatima eksperimentalnih istraživanja. U svrhu pojednostavljenja proračuna progiba uvodi se pojam elastične linije.



## 2.1. POJAM ELASTIČNE LINIJE

Elastična (deformacijska ili progibna) linija nosača je uzdužna os štapa u savijenom odnosno deformiranom obliku. Prikazuje se kao ravninska krivulja koja leži u ravnini xz (tom slučaju je pomak težišta presjeka u smjeru osi y jednak 0). (Slika 11.)



Slika 11: Deformacija štapa pri ravnom savijanju

Uzmajući u obzir prethodnu tvrdnju, težište proizvoljnog presjeka štapa se pomiče u smjeru okomitom na nedeformiranu os štapa iz točke  $O_1$  u točku  $O_2$ . Pomak točaka za  $w$  težišta proizvoljnog presjeka je ordinata progibne linije nosača. Najveći progib se označava s  $f$  dok se kutem zaokreta presjeka, tj. kut za koji se neki presjek zaokrene u odnosu na početni položaj, naziva  $\varphi$ .

Stanje deformacija pri savijanju ravnog štapa određeno je progibom  $w(x)$  i kutem zaokreta presjeka  $\varphi(x)$ . Ovisnost između te dvije veličine određena je izrazom:

$$\tan \varphi = \frac{dw}{dx} \quad (1)$$

Kut zaokreta  $\varphi(x)$  promatranog presjeka je jednak derivaciji progiba  $w(x)$  po apscisi presjeka;

$$\varphi(x) = \frac{dw(x)}{dx} \quad (2)$$

Izrazima (1) i (2) određivanje deformacija nosača svodi se na određivanje jednadžbe elastične linije nosača  $w(x)$ . Na osnovi fizikalnih svojstava savijene osi štapa može se zaključiti da elastična linija mora biti neprekinuta i glatka krivulja, što znači da funkcije  $w(x)$  uzduž osi štapa, kao i njezina prva derivacija, moraju biti neprekinute funkcije. [2]

## 2.2. DIFENCIJALNA JEDNADŽBA ELASTIČNE LINIJE

Budući da je za slučaj čistog savijanja poznata zakrivljenost nosača, funkcija glasi;

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_y}{EI_y} \quad (3)$$

U općem slučaju savijanja u poprečnome presjeku štapa djeluju moment savijanja  $M_y$  i poprečna sila  $T_z$ . Utjecaj  $T_z$  poprečne sile na zakrivljenost štapa ovisi o odnosu visine  $h$  i duljine  $l$ . U slučaju kod kojeg vrijedi  $h \ll l$  utjecaj poprečne sile na zakrivljenost je zanemariva i s dovoljnom točnošću se može zaključiti da zakrivljenost elastične linije ovisi samo o veličini momenta savijanja  $M_y$  i fleksijske krutosti  $EI_y$  prema izrazu (3).

Sukladno pravilima matematike, zakrivljenost krivulje je određena izrazom;

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2w}{dx^2}}{\left(1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right)^{3/2}} \quad (4)$$

Usporedbom izraza (3) i (4) dobiva se:

$$\frac{\frac{d^2w}{dx^2}}{\left(1 + \left(\frac{dw}{dx}\right)^2\right)^{3/2}} = \frac{+ M_y}{- EI_y} \quad (5)$$

Izraz (5) je diferencijalna jednačba elastične linije nosača iz koje možemo odrediti progibe i kutove zaokreta promatrajući bilo koji presjek nosača. Radi se o nelinearnoj diferencijalnoj jednačbi koja, kao što je poznato, čini određene teškoće.

S obzirom da se analiziraju pomaci koji su mnogo manji od raspona štapa, vrijedi  $\left(\frac{dw}{dx}\right)^2 \ll 1$ .

U tom slučaju, u izrazu (5), član  $\left(\frac{dw}{dx}\right)^2$ , kao mala veličina drugog reda u odnosu na jedinicu, je zanemariv te se dobije pojednostavljena diferencijalna jednačba elastične linije nosača:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{+ M_y}{- EI_y} \quad (6)$$

Jednačba (6) linearna je diferencijalna jednačba drugoga reda. To znači da se pri rješavanju ove jednačbe može primjeniti princip superpozicije, odnosno rješenja jednačbe za različite slučajeve opterećenja mogu se međusobno zbrojiti (ukupni progib i ukupni kut zaokreta dobiju se zbrajanjem rezultata pojedinačnih utjecaja).

Izrazi koji povezuju momente savijanja  $M_y$ , poprečnu silu  $T_z$  i opterećenje  $q$  su;

$$\frac{dT_z}{dx} = -q; \quad \frac{dM_y}{dx} = T_z; \quad \frac{d^2M_y}{dx^2} = -q \quad (7)$$

a prema izrazu (2) i (6) vrijedi;

$$\varphi = \frac{dw}{dx} \quad (8)$$

$$M_y = -EI_y \frac{d^2w}{dx^2} \quad (9)$$

Derivacijom prethodnog izraza dobiva se;

$$T_z = \frac{dM_y}{dx} = - \frac{d}{dx} \left( EI_y \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \quad (10)$$

a nakon još jednog deriviranja vrijedi:

$$q = - \frac{d^2}{dx^2} \left( EI_y \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \quad (11)$$

Uzimajući u obzir sve gore navedene izraze, diferencijalne jednačbe glase;

$$\rho = \frac{dw}{dx}$$

$$M_y = - EI_y \frac{d^2 w}{dx^2}$$

$$T_z = - \frac{d}{dx} \left( EI_y \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

$$q = - \frac{d^2}{dx^2} \left( EI_y \frac{d^2 w}{dx^2} \right) \quad (12)$$

### 3. ANALIZA PRIMJERA

#### 3.1. PROJEKT „ADRIA“

Predmet projektnog zadatka je izrada projektne dokumentacije za stambene zgrade (Adria 1a, Adria 2a) što sadržavaju četiri stambene jedinice sa bazenom u prizemlju i na krovnoj terasi investitora ADRIA EUROPE UVALA d.o.o., koja će se nalaziti na dijelu k.č 130/254 k.o. i k.č 130/255 k.o. Diklo u Kožino, površina 574 m<sup>2</sup> i 690 m<sup>2</sup>.

Projektirane zgrade biti će stambene namjene i katnosti Po+P+2.

Uz zgradu će biti izgrađen bazen dimenzija 2,90 m x 6,40 m u jugozapadnom dijelu parcele. Krov građevine je prohodna krovna terasa koja pripada stanu na 2. katu, na krovnoj terasi se nalazi bazen. Etaže su povezane AB stubištem te dizalom.

Parcela je u padu. Zgrada je smještena tako da udovoljava zahtjevima iz plana gdje je udaljena od regulacijske linije min 5 m, a više od 3 m od susjednih parcela.

Maksimalna visina vijenca je 10 m. [3]

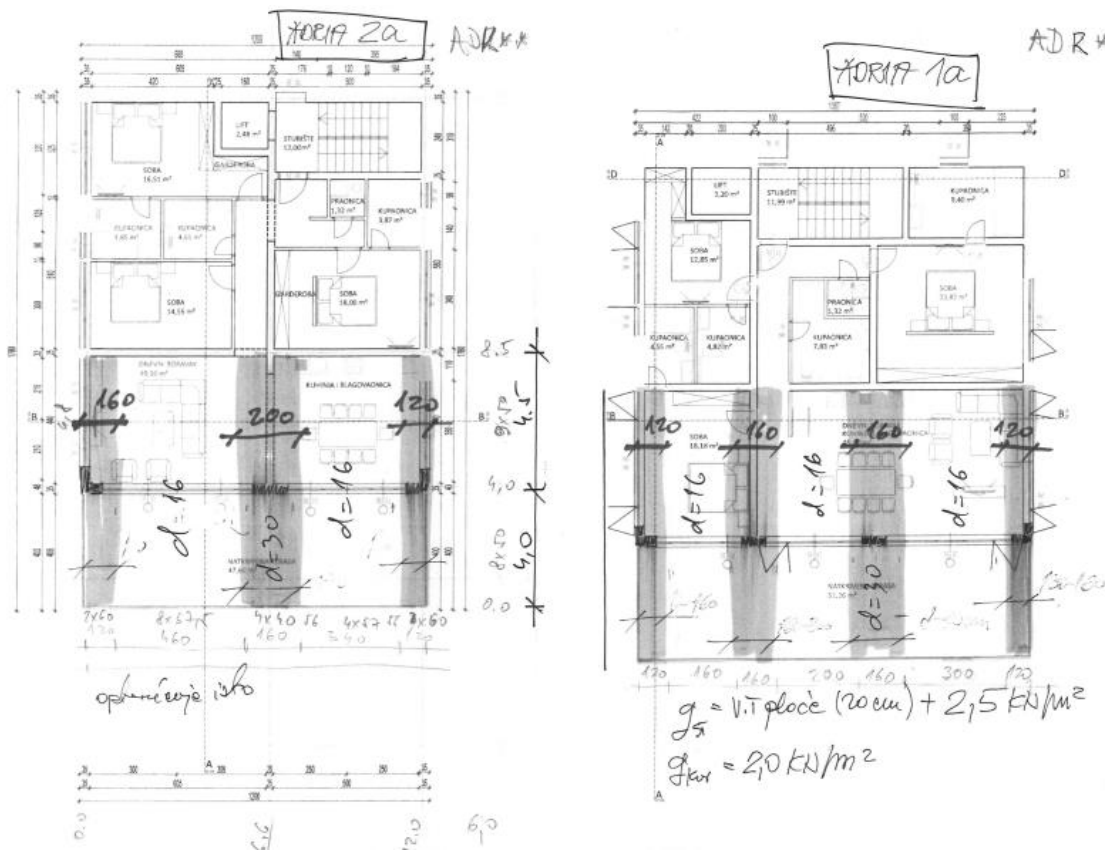


Slika 12: Vizualizacija objekta „Adria“



Slika 13: Vizualizacija objekta „Adria“

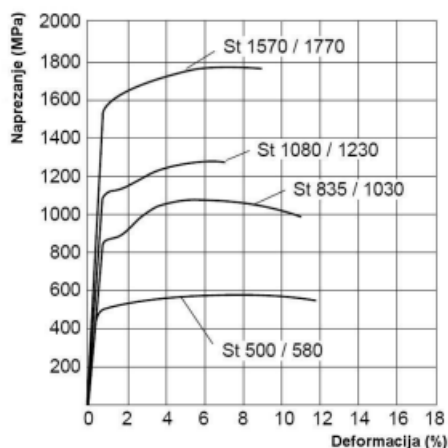
U svrhu izgradnje naknadno prednapregnute ploče objekata „Adria 1a“ i „Adria 2a“ korištene su plitke grede u obliku konzola dimenzija 120/30, 160/30 te 200/30, duljina 4 m te ploča između konzola predviđene je debljine 16 centimetara.



Slika 14: Tlocrtni prikaz objekata „Adria 2a“ i „Adria 1a“, označene dimenzije konzola i ploča između njih

### 3.2 ODABIR MATERIJALA I VRIJEDNOSTI ZA IZVEDBU

Kvaliteta čelika opisuje se preko karakteristične vlačne čvrstoće  $f_{pk}$  i karakteristične granice naprezanja  $f_{p0,1,k}$  koja odgovara naprezanju s nepovratnom deformacijom 0.1%. Dijagram naprezanje-deformacija dan je na slici 15. Duktilnost čelika ocjenjuje se preko minimalne postignute ukupne deformacije  $\epsilon_{pu,k}$  i odnosa  $(f_p / f_{p0,1})_k$ . Za europsko tržište, vrijednosti  $\epsilon_{pu,k}$ ,  $f_{pk}$  i  $f_{p0,1,k}$  zadane su tablično.



Slika 15: Radni dijagrami armature i čelika za prednapinjanje

Zahtjev za odabir je da čelik za prednapinjanje bude zavarljiv.

Maksimalni dopušteno naprezanje registrirano na preši  $\sigma_{po}$  za postizanje početne sile prednapinjanja  $P_0$  ne smije prijeći 80 posto iznosa  $f_{pk}$ , odnosno 90 posto s obzirom na vrijednost  $f_{p0,1,k}$ .

Nakon uklanjanja preše i unošenja sile u beton maksimalno dopušteno naprezanje, kod prednapinjanja poslije stvrđavanja, odnosno kod prednapinjanja prije stvrđavanja nakon gubitaka sidrenjem, ne smije prijeći 75 posto iznosa  $f_{pk}$ , odnosno 85 posto s obzirom na vrijednost  $f_{p0,1,k}$ .

Sila unošenja proračunava se po izrazu:

$$P_{m,o} = \sigma_{pm,o} \times A_p$$

gdje  $A_p$  označava nazivnu površinu kabela.

nHRN EN 10138-1	Čelik za prednapinjanje – 1. dio: Opći zahtjevi (prEN 10138-1:2000)
nHRN EN 10138-2	Čelik za prednapinjanje – 2. dio: Žica (prEN 10138-2:2000)
nHRN EN 10138-3	Čelik za prednapinjanje – 3. dio: Užad (prEN 10138-3:2000)
nHRN EN 10138-4	Čelik za prednapinjanje – 4. dio: Šipke (prEN 10138-4:2000)

Tablica 1: Hrvatske norme za čelik za prednapinjanje [4]

Vrsta natege	Najmanji broj
Pojedinačna šipka ili žica	3
Šipke i žice, skupljene u nategu ili uže	7
Natege osim užadi **	3

Tablica 2: Najmanji broj natega [4]

Tablica vrijedi ako se pretpostavi jednak promjer svih žica, šipki ili natega;

\*\*Taj zahtjev može se također smatrati ispunjenim ako element sadrži najmanje jedno uže sa sedam ili više žica (promjer žice  $\geq 4,0$  mm).

Tip prednapinjanja	Najniži razred tlačne čvrstoće betona
Prethodno prednapinjanje (adheziono)	C30/37
Naknadno prednapinjanje	C25/30

Tablica 3: Najniži razredi betona za prednapregnuti beton [4]

Razred betona	C30/37	C35/45	C40/50	C50/60
$f_{ck}$ , N/mm <sup>2</sup>	30.0	35.0	40.0	50.0
Dopušteno tlačno naprezanje u uporabi, N/mm <sup>2</sup>	18.0	21.0	24.0	30.0
Dopušteno tlačno naprezanje u fazi transporta, N/mm <sup>2</sup>	13.5	15.8	18.0	22.5
$f_{ctm}$ , N/mm <sup>2</sup>	2.9	3.2	3.5	4.1

Tablica 4: Dopuštena tlačna i vlačna naprezanja u betonu [4]

HRN EN 446	Mort za injektiranje kabela za prednapinjanje – Postupci injektiranja
HRN EN 447	Mort za injektiranje kabela za prednapinjanje – Svojstva uobičajenih mortova za injektiranje

Tablica 5: Hrvatske norme za svojstvo morta za injektiranje kabela [4]



Promjer i broj užadi	Utori u betonu mm			Sidro dimenzije, mm			Zaštitna cijev mm	Razmak sidara, mm		Preša mm		
	1a	1b	2	3a	3b	4	5	<i>x<sub>e</sub>, y<sub>e</sub></i>	<i>x<sub>s</sub>, y<sub>s</sub></i>	C	E	F
13-1	130	130	110	70	110	70	30 dia.	125, 80	150, 100	1390	100	–
13-4	144	310	103	96	250	130	75 × 20	220, 140	370, 220	1200	90	280
15-1	150	150	115	130	130	95	35 dia.	145, 100	175, 125	1450	100	–
15-4	168	335	127	115	280	240	75 × 20	235, 160	400, 230	1450	70	327

Tablica 6: Standardne dimenzije za kabelsko prednapinjanje ploče [4]

Za izgradnju objekta odabrani su sljedeći materijali;

- Armaturni čelik B500B
- Kabeli „Cona CMM VT C0106“ i „Cona CMM VT C0406“
- Beton C30/37,

te vrijednosti:

- $A_p = 1,5 \text{ cm}^2$
- $F_{qk} = 1860 \text{ MPa}$
- Sila na preši  $P = 223 \text{ kN}$ .

Ploče duljina 4 m su naknadno prednapregnute i korištena je tehnika monostand unbonded.

Napinjanje je dozvoljeno u slučaju kad tlačna čvrstoće kocke iznosi 24 MPa,

### 3.3. ANALIZA

U proračun se uzimaju sljedeća djelovanja:

- stalna djelovanja G (vlastita težina, nepokretna oprema (dodatno stalno), pritisak tla, pritisak vode, prednapinjanje, slijeganje oslonaca, deformacije uslijed načina izgradnje konstrukcije)
- promjenljiva djelovanja Q (uporabno opterećenje, opterećenje snijegom i opterećenje vjetrom, djelovanje temperature, opterećenje ledom, promjena razine površine vode, opterećenje valovima)
- izvanredna djelovanja A (eksplozije, udar vozila, potres, požar, slijeganje i klizanje terena). [5]

Kod proračuna graničnih stanja uporabljivosti, vrijedi  $E_d \leq C_d$ , odnosno proračunska vrijednost mora biti manja ili jednaka od proračunske (normom dane) konstante.

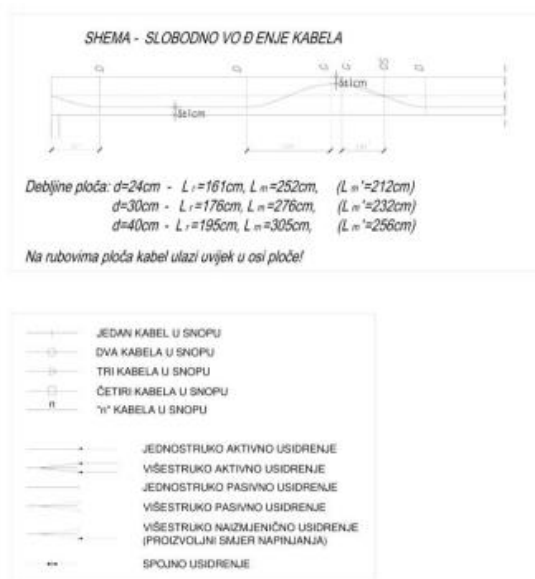
Proračunavaju se utjecaji na izgled, uporabljivost i trajnost te postoje tri granična stanja uporabljivosti:

- granično stanje naprezanja - za proračun primjenjuje se kombinacija djelovanja: rijetka
- granično stanje raspucavanja - za proračun primjenjuje se kombinacija djelovanja: česta
- granično stanje deformiranja – za proračun primjenjuje se kombinacija djelovanja: nazovistalna

Za testni model zadano je da beton nema vlačne čvrstoće (0 MPa) te se očekuje da će sva vlačna naprezanja pokupiti armature, a kao opterećenje postavljene su sljedeće su vrijednosti gdje minimalna vertikalna opterećenja iznose G, odnosno stalna opterećenja, a maksimalna Q su suma stalnih (opterećenja od same ploče), dodatnih i korisnih opterećenja.

Za pojedinačan kabel vrijedi da je početna sila prednapinjanja  $P_0 = 200$  kN, a  $P_\infty = 180$  kN.

Kablovi se postavljaju poprečno na grede principom slobodnog vođenja.



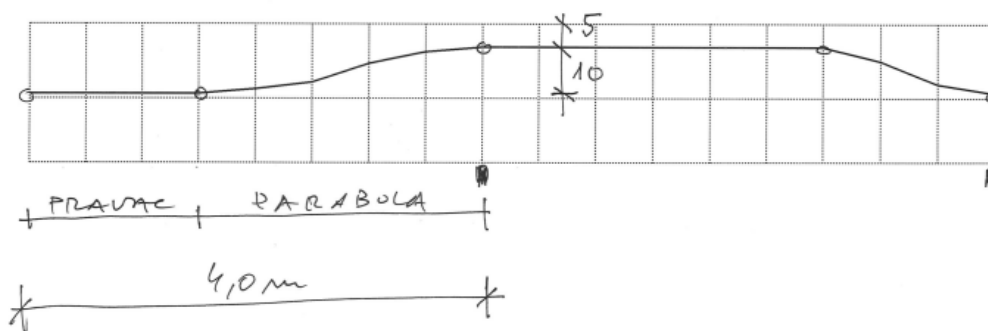
**SPECIFIKACIJE MATERIJALA:**

- Min. čvrstoća betona za naprezanje 24MPa (kocka).
- Nenapeta armatura B500 (500MPa).
- Beton C 30/37
- Max. vodo cementni faktor=0.45

**ZAMAŠČENI & OBLOŽENI KABELI**

- BBR VT CONA CMM 0106 jednožilni kabel (150mm<sup>2</sup>, 1860MPa, Fc=279kN).
- Koeficijent trenja=0.05 1/rad
- Koeficijent neravnosti kabela =0.00475 1/m
- Sila napinjanja (prije zaklinjavanja)=0.8xFc
- Proklizavanje klina = 6mm

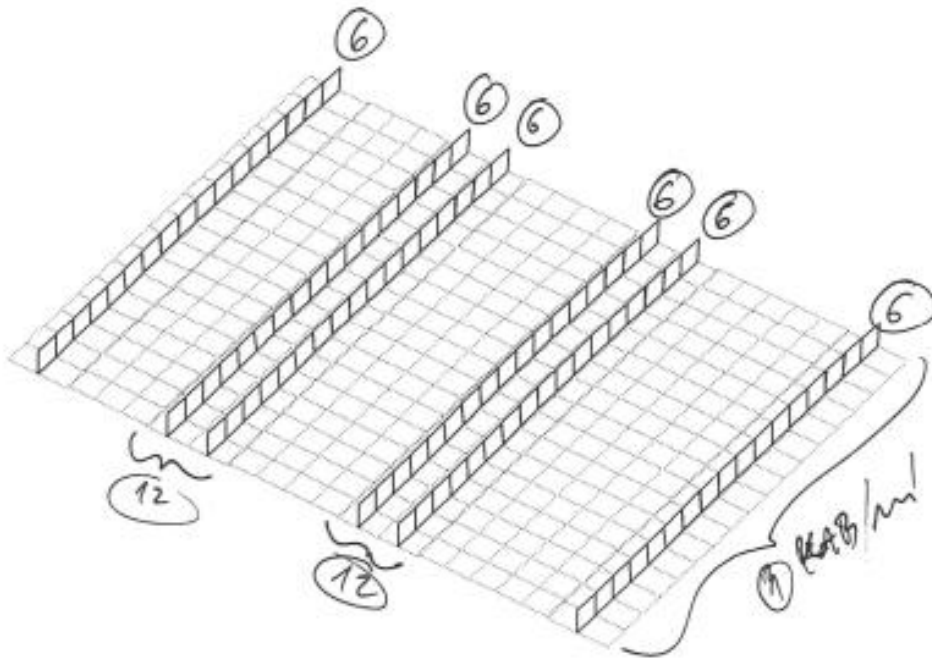
Slika 16: Parametri korišteni kod prednapreznja



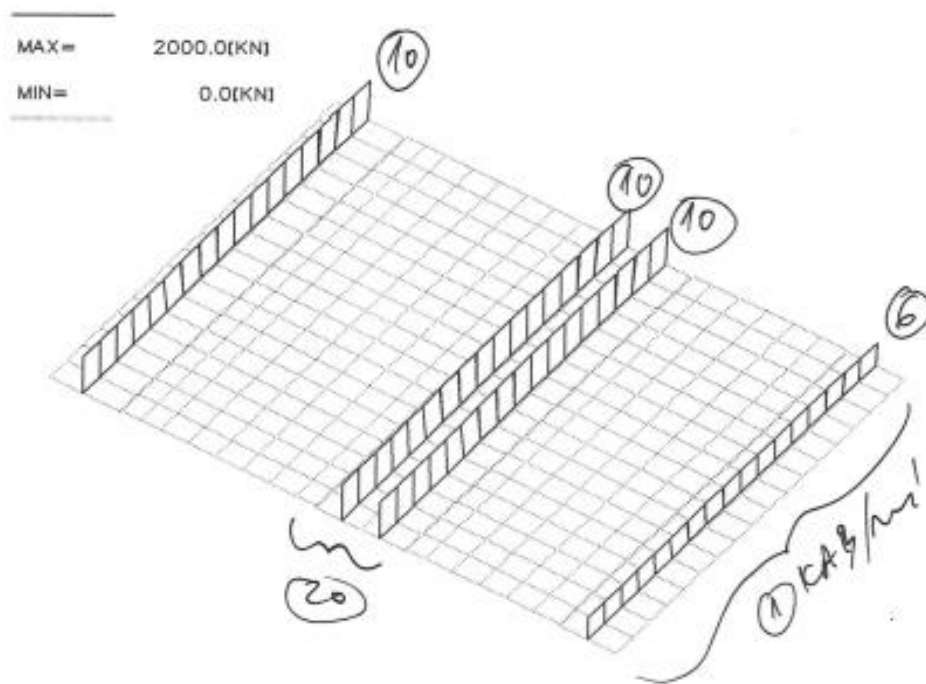
Slika 17: Linija vođenja kabela korištenih na objektima „Adria 1a“ i „Adria 2a“

Metoda slobodnog vođenja primjenjiva je za unbonded kabele. Budući da se princip vodi činjenicom da se kabel prema svojoj krutosti iz gornje točke pridržanja do donje sam pod svojom težinom oblikuje po zakonu parabole četvrtog stupnja sa infleksijom na trećini zone krivljenja, analitički se može odrediti dužina između donje i gornje točke pridržanja.

Korištenjem kablove ove vrste, užad je prethodno zaštićena od korozije, namašćena te stavljena u plastičnu cijev i ne dolazi u direktni kontakt s betonom.



Slika 18: Broj kabla, objekt „Adria 1a“



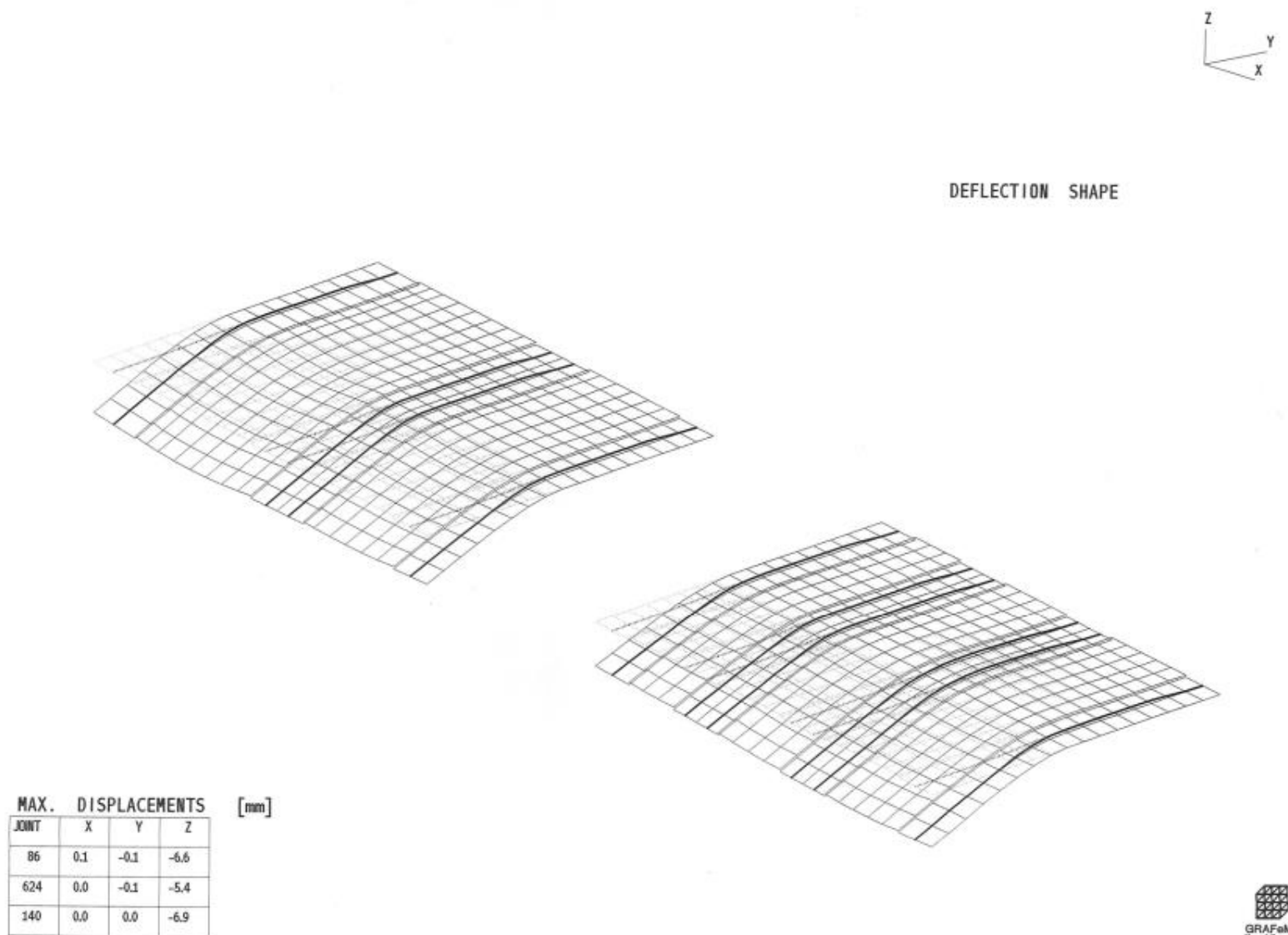
Slika 19: Broj kabela, objekt „Adria 2a“

### 3.4. PRIKAZ REZULTATA

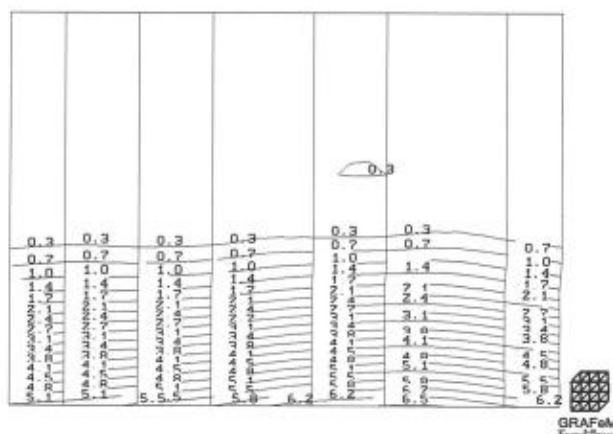
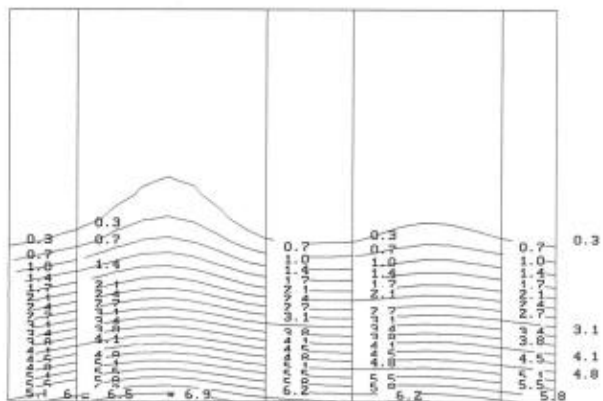
Rezultati su dobiveni korištenjem računalnog programa „GRAFeM“.

#### 3.4.1. POMACI PLOČE

Ploče i uključene konzole su duljina 4 m.



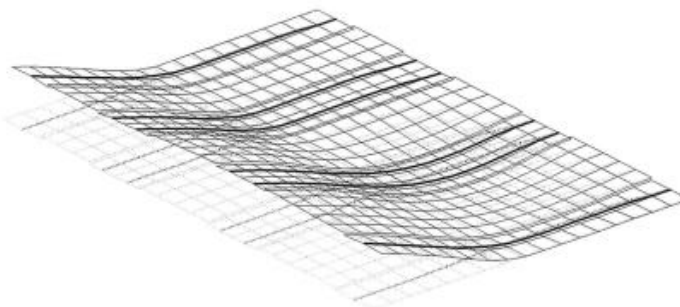
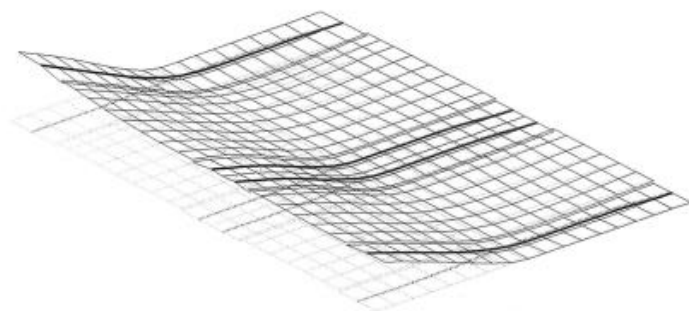
Slika 20: Oblik izvijanja ploče za stalno opterećenje G



Slika 21: Pomaci kod stalnog opterećenja G, mm



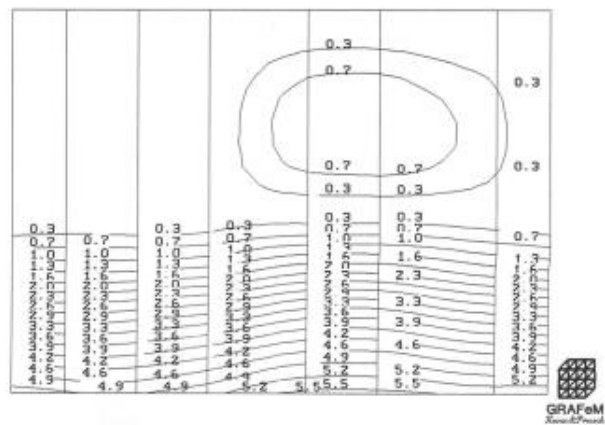
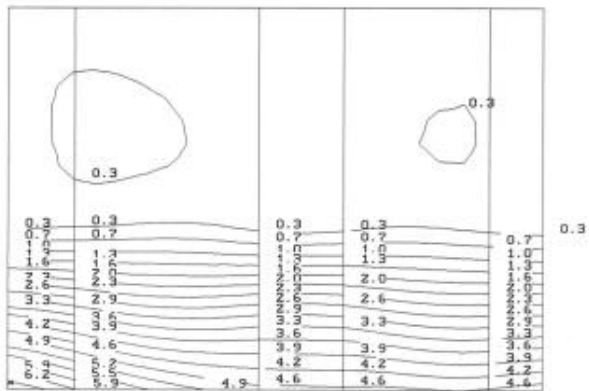
DEFLECTION SHAPE



MAX. DISPLACEMENTS [mm]				
JOINT	X	Y	Z	
50	-0.3	0.7	5.9	
248	0.1	1.2	4.7	
1	-0.2	0.9	6.5	

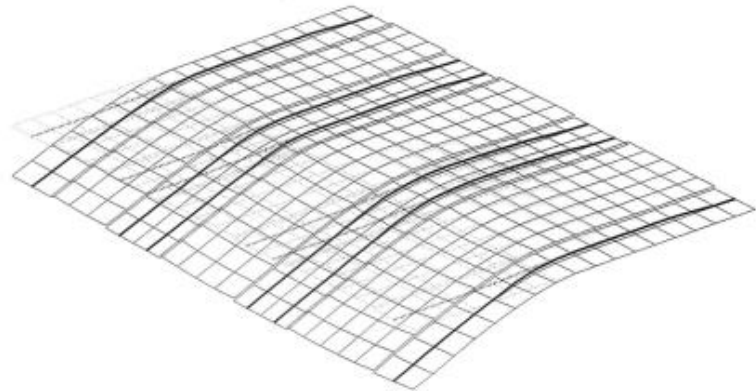
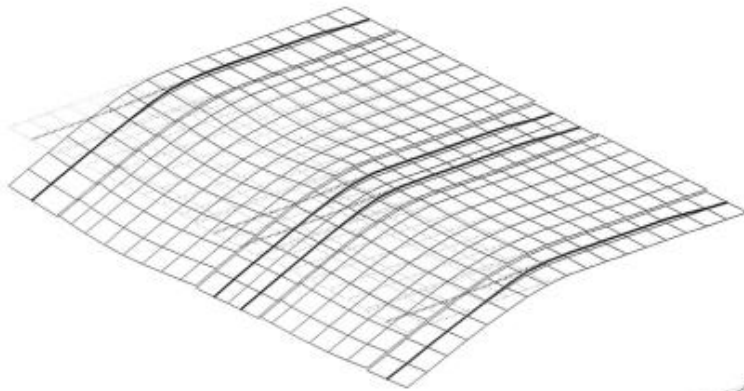


Slika 22: Oblik izvijanja ploče kod prednapinjanja P



Slika 23: Pomaci kod prednapinjanja P, mm

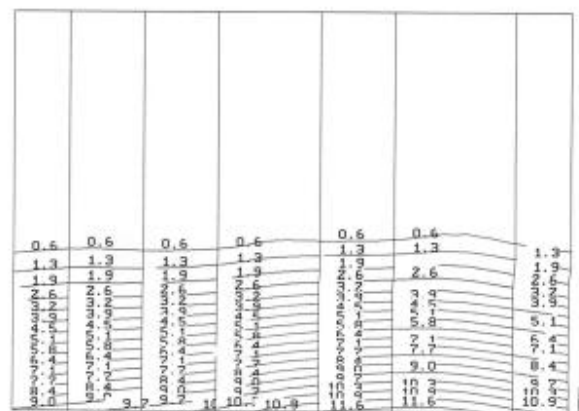
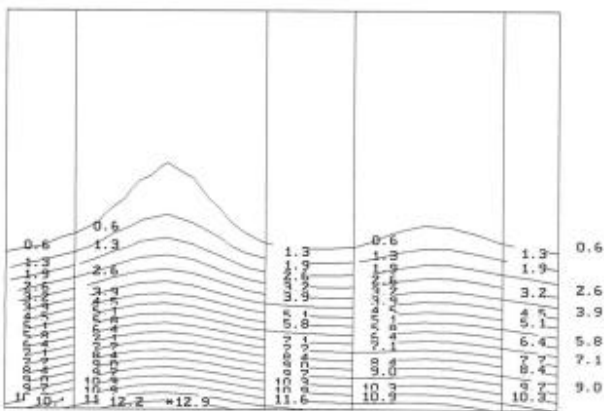




MAX. DISPLACEMENTS [mm]

JOINT	X	Y	Z
527	0.1	0.1	-1.3
624	0.0	-0.1	-9.6
140	0.1	-0.1	-12.9

Slika 24: Oblik izvijanja ploče kod opterećenja Q



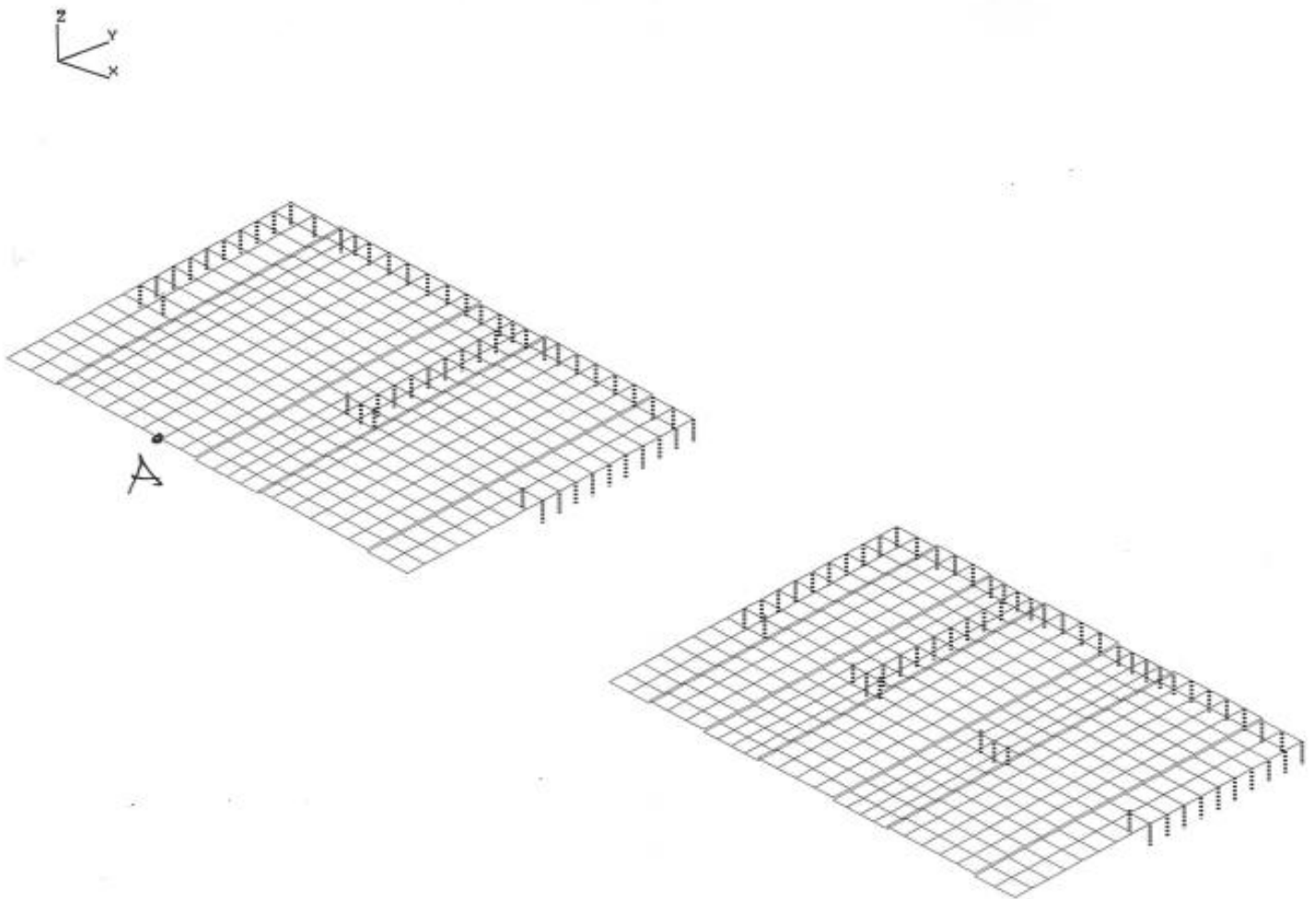
Slika 25: Pomaci kod opterećenja Q, mm

### 3.4.2. KONTROLA POMAKA

Kao referentna točka uzima se točka A.

Pomaci za točku A za opterećenja iznose:

- $f_G = -6,9$  mm
- $f_P = +4,9$  mm
- $f_Q = -12,9$  mm



Slika 26: Odabir točke A za kontrolu pomaka

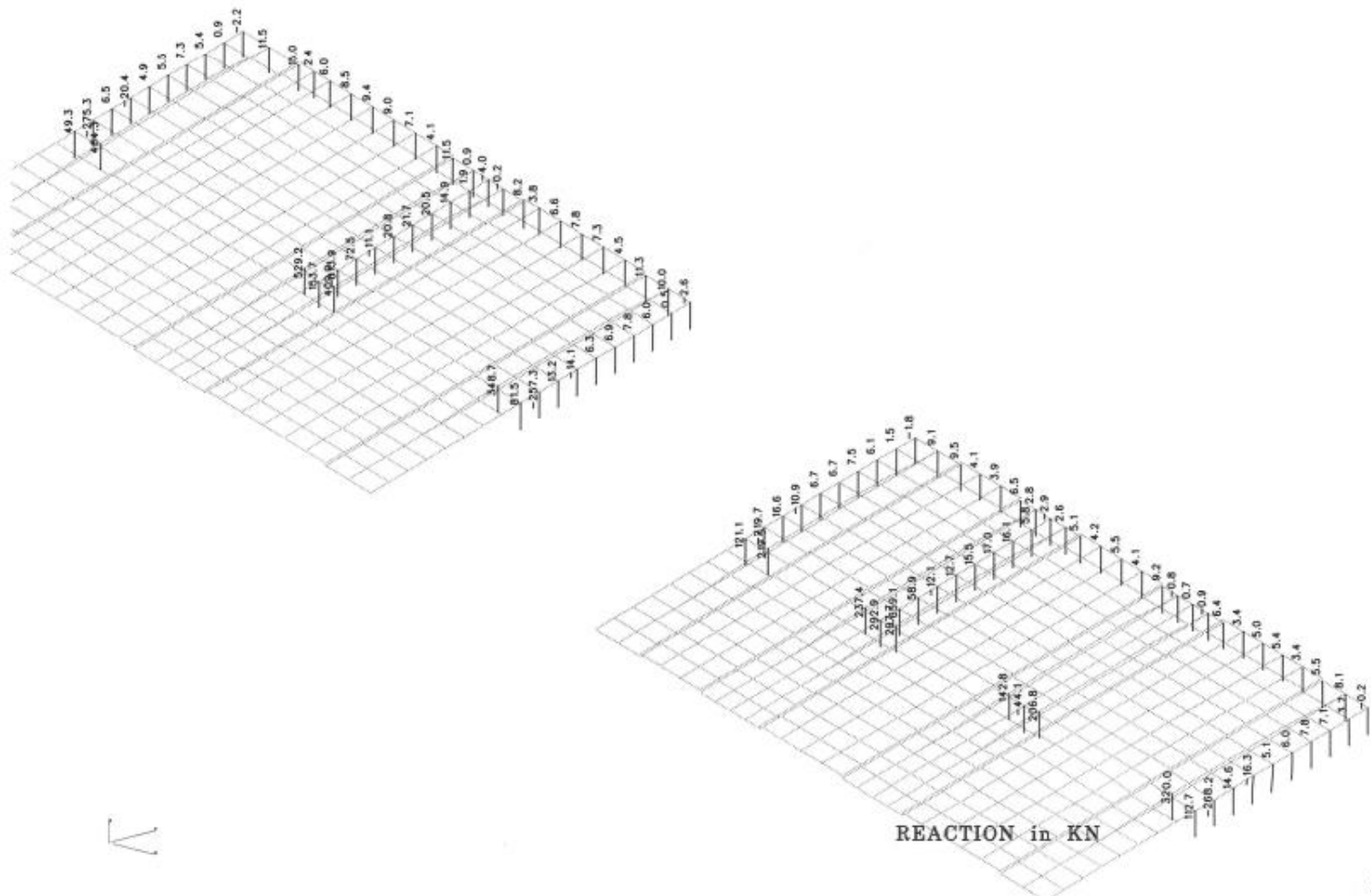
Za uvjet  $t=0$ , vrijedi:

$$f_0 = -6,9 \text{ mm} + 4,9 \text{ mm} = -2,0 \text{ mm}$$

Za uvjet  $t=\infty$ , vrijedi:

$$f_{\infty} = 2 \cdot (0,9 \cdot (-12,9 \text{ mm})) + 0,9 \cdot 4,9 \text{ mm} = -18,8 \text{ mm}$$

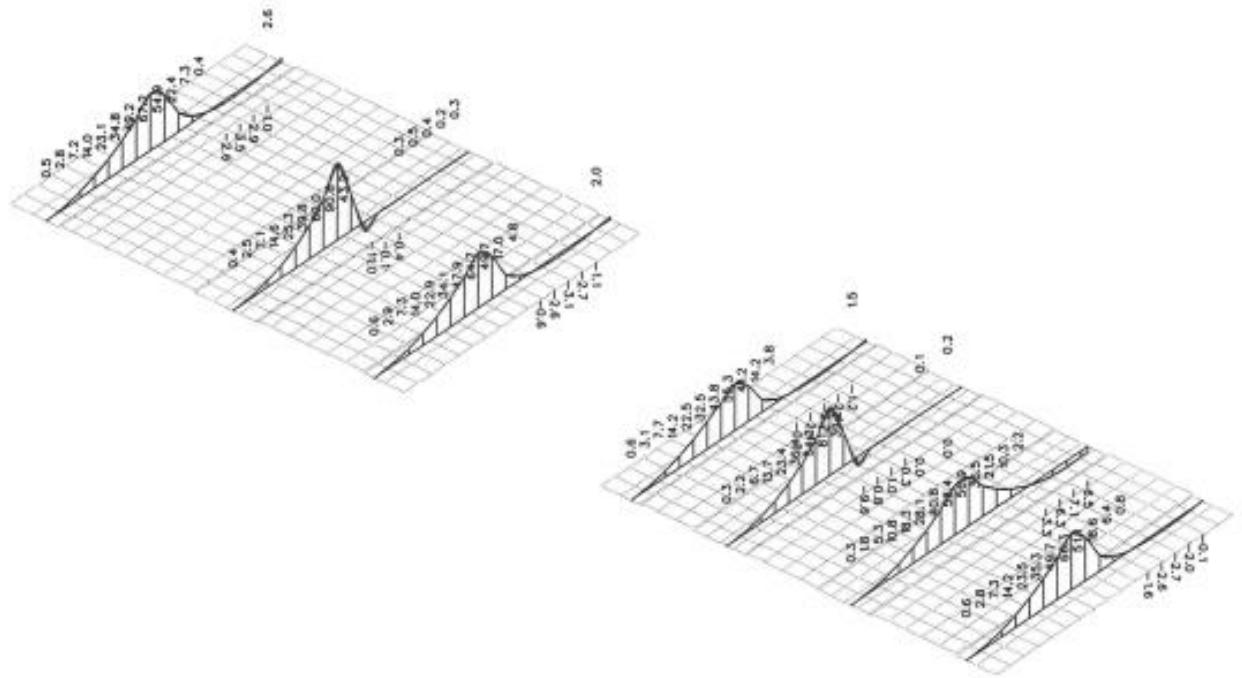
(zahtjev je zadovoljen, nadvišenje iznosi 1,5 cm)



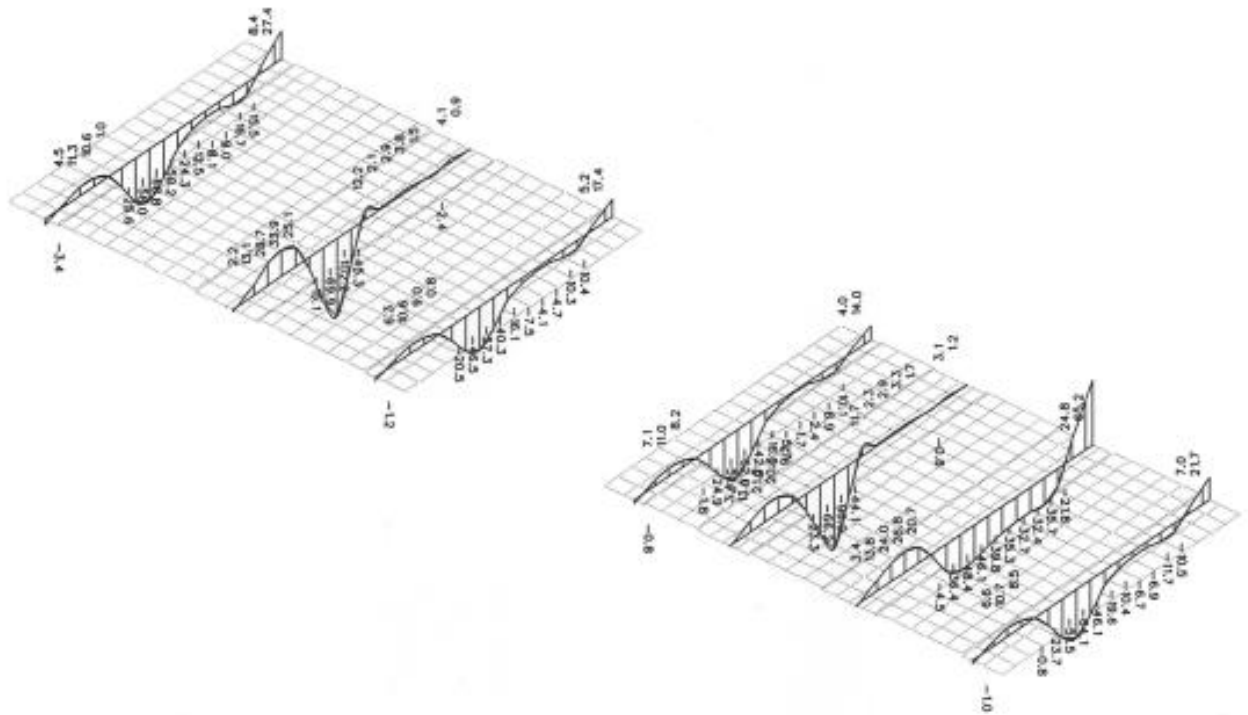
Slika 27: Reakcije u konzolama za opterećenja Q, kN

### 3.4.3. MOMENTNI DIJAGRAMI

MAX= 90.6(KNm)  
MIN= -11.0(KNm)



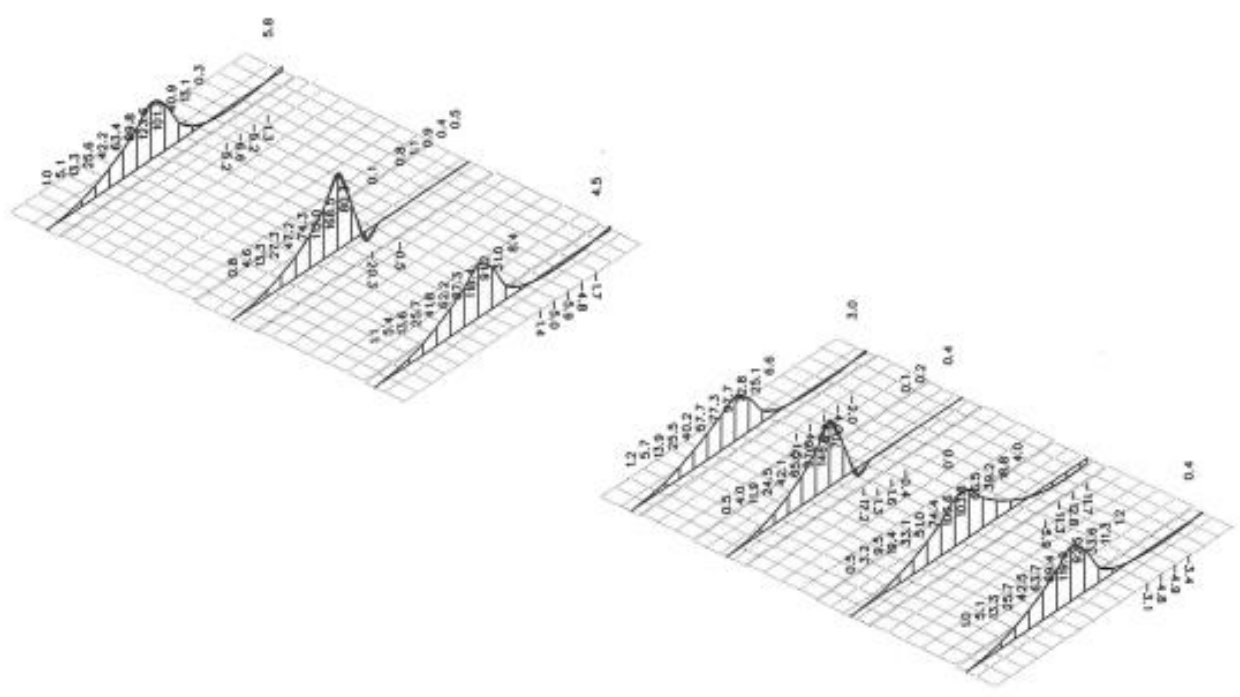
MAX= 65.2(KNm)  
 MIN= -102.2(KNm)



MOMENT DIAGRAM MYY

Slika 29: Momentni dijagram kod prednapinjanja P

MAX= 168.5[KNm]  
 MIN= -20.3[KNm]



MOMENT DIAGRAM MYY

Slika 30: Momentni dijagram za opterećenje Q

### 3.4.4. DIJAGRAMI NAPREZANJA

Sila prednapinjanja je vanjska tlačna sila koja djeluje na beton. Kako bi se momenti od vertikalnog opterećenja smanjili, momenti od prednapinjanja moraju biti suprotnog predznaka. Kako bi prednapinjanje ispunilo svoju funkciju, cilj je da je cijeli presjek u tlačnoj zoni ili da je djelovanje vlaka gotovo zanemarivo.

Pri provjeri graničnog stanja uporabljivosti, za odabrani presjek elementa, postavljaju se četiri uvjeta koje presjek mora zadovoljiti;

Za donji rub presjeka:

za  $t=0$  ne smije se premašiti dopušteno tlačno naprezanje  $\sigma_c$

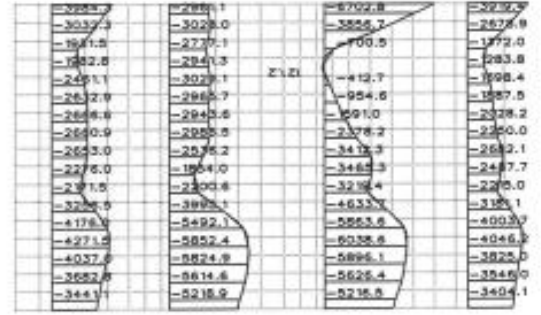
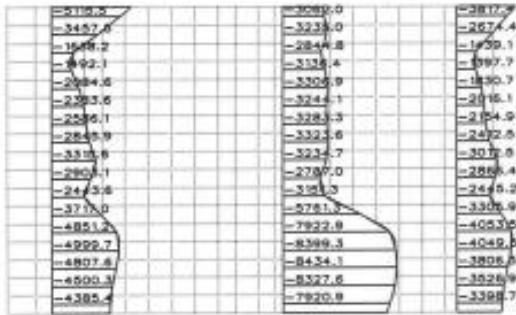
za  $t=\infty$  ne smije se premašiti dopušteno vlačno naprezanje  $\sigma_{ct}$

Za gornji rub presjeka:

za  $t=0$  ne smije se premašiti dopušteno vlačno naprezanje  $\sigma_{ct}$

za  $t=\infty$  ne smije se premašiti dopušteno tlačno naprezanje  $\sigma_c$

MAX= 121.2(KN/m2)  
 MIN= -8434.1(KN/m2)



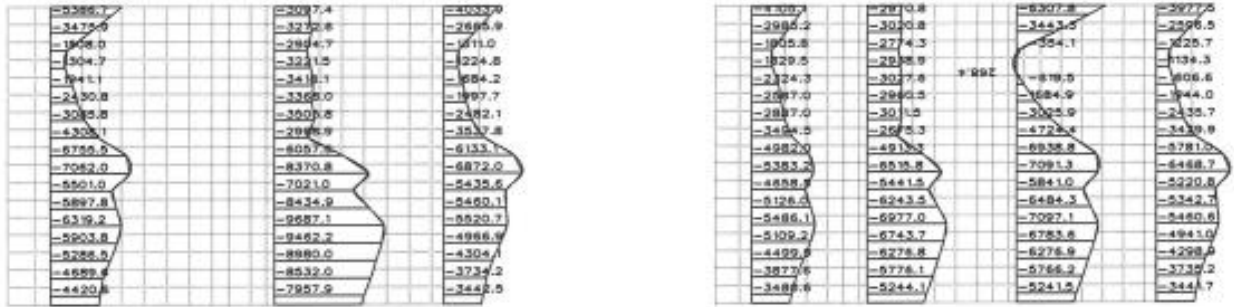
STRESS DIAGRAM SY<sub>y</sub><sup>d</sup>

Slika 31: Donji rub, uvjet t=0

Presjek je u tlaku



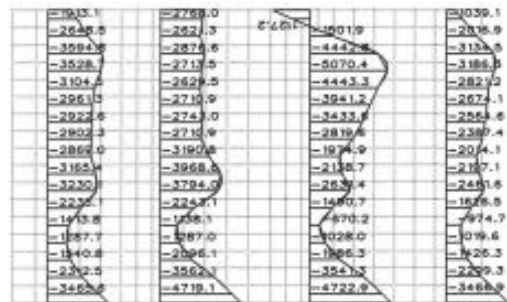
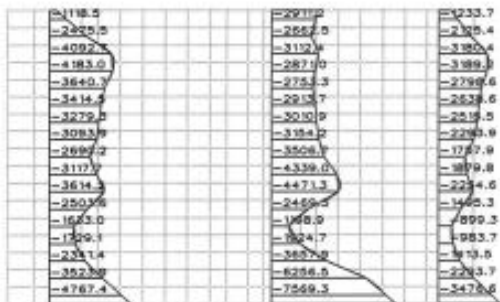
MAX= 268.41[KN/m2]  
 MIN= -9687.1[KN/m2]



STRESS DIAGRAM SYD<sup>d</sup>

Slika 32: Donji rub, uvjet  $t = \infty$

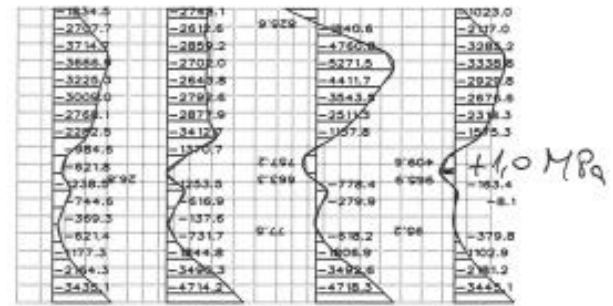
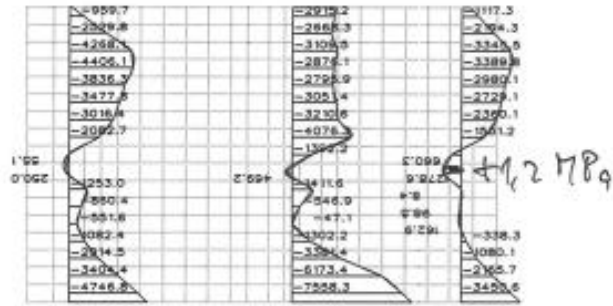
MAX= 1127.2(KN/m2)  
 MIN= -7569.3(KN/m2)



STRESS DIAGRAM  $S_{yy}$

Slika 33: Gornji rub, uvjet t=0

MAX= 1278.6[KN/m2]  
 MIN= -7558.3[KN/m2]



STRESS DIAGRAM SYZ

Slika 34: Gornji rub, uvjet  $t = \infty$

## 4. ZAKLJUČAK

Konzolne grede se sastoje od jednog raspona s fiksnim osloncem na jednom kraju, a drugi kraj je slobodan. Postoje brojni primjeri tipične i praktične primjene konzolnih greda u zgradama, mostovima, industrijskim i specijalnim građevinama.

Koristeći bonded tehnologiju, užad dolazi u direktni kontakt s betonom ubrizgavanjem inercijske cementne smjese u cijev s kabelima dok koristeći unbonded tehnologija koristi namašćenu užad u plastičnoj cijevi te nema dodir s betonom.

Analiziran je primjer armiranobetonskih konzola raspona 4 metra korištene tokom izvedbe projekata „Adria“ u smještenih u okolici Zadra. Korištene su konzolne grede dimenzija 120/30, 160/30 te 200/30 te ploča između konzola predviđene je debljine 16 centimetara.

Promatrajući rezultate u obliku momentnih dijagrama, dijagrama naprezanja i pomaka ploče, zaključuje se da je prednapregnuti beton efikasno rješenje za savladavanje dužine 4 metra kolika je duljina konzolnih nosača.

Budući da je cilj prednapinjanja postići da je cijeli presjek u tlačnoj zoni ili da je djelovanje vlaka gotovo zanemarivo, kako bi se momenti od vertikalnog opterećenja smanjili, momenti od prednapinjanja moraju biti suprotnog predznaka, što je u ovom projektu postignuto i dokazano proračunskom analizom te su zadovoljeni utjecaji na izgled, uporabljivost i trajnost i na tri granična stanja uporabljivosti: naprezanja, raspucavanja i deformiranja.

## 5. LITERATURA

- [1] Radić, J.: Betonske konstrukcije 1, Zagreb, 2006.
- [2] V.Šimić; Otpornost materijala 1, Školska knjiga, Zagreb, 1.izdanje – 1992., 2.izdanje – 2001., 3.izdanje – 2007.
- [3] Glavni izvedbeni projekt građevine "Adria", projekt STA-KON d.o.o., Varaždin
- [4] Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija - Dio 1-1: Opća pravila i pravila za zgrade, Hrvatski zavod za norme, nHRN EN 1992-1-1:2013/NA
- [5] <https://nastava.tvz.hr/gukov/pdf/predavanja-beton.pdf>
- [6] Betonske konstrukcije - odabrana poglavlja, DHKG, Zagreb, 1993.
- [7] Harapin, A; Radnić J.: Osnove betonskih konstrukcija – interna skripta, Sveučilište u Splitu, Fakultet građevinarstva, arhitekture i geodezije, Split, 2015

## POPIS SLIKA

Slika 1: Konzolna greda -----	1
Slika 2: Kuća Špilja, Opatija, Hrvatska -----	2
Slika 3: Nadstrešnica za auto -----	2
Slika 4: Dijagram normalnih napreznja u betonskoj gredi -----	3
Slika 5: Betonska greda-----	3
Slika 6: Princip prednapregnutog betona-----	4
Slika 7: Adhezijsko prednapinjanje (prednapinjanje prije stvrdnjavanja betona) -----	5
Slika 8: Kablovsko prednapinjanje (prednapinjanje nakon stvrdnjavanja betona)-----	5
Slika 9: Primjer ploče s „bonded“ i „unbonded“ kabelima-----	6
Slika 10: Konture napreznja na modelima konzolne grede različitih geometrija, napreznje izraženo u kPa-----	7
Slika 11: Slika 11: Deformacija štapa pri ravnom savijanju -----	8
Slika 12: Vizualizacija objekta „Adria“ -----	12
Slika 13: Vizualizacija objekta „Adria“ -----	13
Slika 14: Tlocrtni prikaz objekata „Adria 2a“ i „Adria 1a“, označene dimenzije konzola i ploča između njih -----	13
Slika 15: Radni dijagrami armature i čelika za prednapinjanje -----	14
Slika 16: Parametri korišteni kod prednapreznja -----	18
Slika 17: Linija vođenja kabela korištenih na objektima „Adria 1a“ i „Adria 2a“ -----	18
Slika 18: Broj kabela, objekt „Adria 1a“ -----	19
Slika 19: Broj kabela, objekt „Adria 2a“ -----	20
Slika 20: Oblik izvijanja ploče za stalno opterećenje G-----	21
Slika 21: Pomaci kod stalnog opterećenja G, mm -----	22
Slika 22: Oblik izvijanja ploče kod prednapinjanja P -----	22
Slika 23: Pomaci kod prednapinjanja P, mm -----	23
Slika 24: Oblik izvijanja ploče kod opterećenja Q-----	24
Slika 25: Pomaci kod opterećenja Q, mm-----	24
Slika 26: Odabir točke A za kontrolu pomaka-----	25
Slika 27: Reakcije u konzolama za opterećenja Q, kN-----	26
Slika 28: Momentni dijagram za stalno opterećenje G-----	27
Slika 29: Momentni dijagram kod prednapinjanja P -----	28
Slika 30: Momentni dijagram za opterećenje Q-----	29

Slika 31: Donji rub, uvjet $t=0$ -----	31
Slika 32: Donji rub, uvjet $t=\infty$ -----	32
Slika 33: Gornji rub, uvjet $t=0$ -----	33
Slika 34: Gornji rub, uvjet $t=\infty$ -----	34

## POPIS TABLICA

Tablica 1: Hrvatske norme za čelik za prednapinjanje .....	15
Tablica 2: Najmanji broj natega .....	15
Tablica 3: Najniži razredi betona za prednapregnuti beton.....	15
Tablica 4: Dopuštena tlačna i vlačna naprezanja u betonu .....	15
Tablica 5: Hrvatske norme za svojstvo morta za injektiranje kabela.....	15
Tablica 6: Standardne dimenzije za kabelsko prednapinjanje ploča.....	16





**IZJAVA O AUTORSTVU  
I  
SUGLASNOST ZA JAVNU OBJAVU**

Završni/diplomski rad isključivo je autorsko djelo studenta koji je isti izradio te student odgovara za istinitost, izvornost i ispravnost teksta rada. U radu se ne smiju koristiti dijelovi tuđih radova (knjiga, članaka, doktorskih disertacija, magistarskih radova, izvora s interneta, i drugih izvora) bez navođenja izvora i autora navedenih radova. Svi dijelovi tuđih radova moraju biti pravilno navedeni i citirani. Dijelovi tuđih radova koji nisu pravilno citirani, smatraju se plagijatom, odnosno nezakonitim prisvajanjem tuđeg znanstvenog ili stručnoga rada. Sukladno navedenom studenti su dužni potpisati izjavu o autorstvu rada.

Ja, Veronika Horvat (*ime i prezime*) pod punom moralnom, materijalnom i kaznenom odgovornošću, izjavljujem da sam isključivi autor/ica završnog/diplomskog (*obrisati nepotrebno*) rada pod naslovom Armiranobetonske konzole velikih raspona (*upisati naslov*) te da u navedenom radu nisu na nedozvoljeni način (bez pravilnog citiranja) korišteni dijelovi tuđih radova.

Student/ica:  
(*upisati ime i prezime*)

Veronika Horvat  
(vlastoručni potpis)

Sukladno Zakonu o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju završne/diplomske radove sveučilišta su dužna trajno objaviti na javnoj internetskoj bazi sveučilišne knjižnice u sastavu sveučilišta te kopirati u javnu internetsku bazu završnih/diplomskih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice. Završni radovi istovrsnih umjetničkih studija koji se realiziraju kroz umjetnička ostvarenja objavljuju se na odgovarajući način.

Ja, Veronika Horvat (*ime i prezime*) neopozivo izjavljujem da sam suglasan/na s javnom objavom završnog/diplomskog (*obrisati nepotrebno*) rada pod naslovom Armiranobetonske konzole velikih raspona (*upisati naslov*) čiji sam autor/ica.

Student/ica:  
(*upisati ime i prezime*)

Veronika Horvat  
(vlastoručni potpis)