

# Osnove geostatistike i njena primjena

---

Mikulčić, Ivana

Undergraduate thesis / Završni rad

2016

Degree Grantor / Ustanova koja je dodijelila akademski / stručni stupanj: **University North / Sveučilište Sjever**

Permanent link / Trajna poveznica: <https://um.nsk.hr/um:nbn:hr:122:124251>

Rights / Prava: [In copyright](#)/[Zaštićeno autorskim pravom.](#)

Download date / Datum preuzimanja: **2025-01-17**



Repository / Repozitorij:

[University North Digital Repository](#)





**Sveučilište  
Sjever**

**Završni rad br. 250/GR/2016**

## **Osnove geostatistike i njena primjena**

**Ivana Mikulčić, 5131/601**

Varaždin, srpanj 2016. godine





**Sveučilište  
Sjever**

**Odjel za graditeljstvo**

**Završni rad br. 250/GR/2016**

# **Osnove geostatistike i njena primjena**

**Studentica**

Ivana Mikulčić, 5131/601

**Mentorica**

dr. sc. Lovorka Gotal Dmitrović, pred.

Varaždin, srpanj 2016. godine

# Prijava završnog rada

## Definiranje teme završnog rada i povjerenstva

ODJEL	Odjel za graditeljstvo		
PRIJAVNIK	Ivana Mikulić	MATIČNI BROJ	5131/601
DATUM	5.04.2016.	RELEVI	Zaštita okoliša
NASLOV RADA	Osnove geostatistike i njena primjena		
NASLOV RADA NA ENGL. JEZIKU	Basic geostatistics concepts and application		
MENTOR	dr.sc. Lovorka Gotal Dmitrović	ZVANJE	predavač
ČLANOVI POVJERENSTVA	1. izv.prof.dr.sc. Božo Soldo		
	2. mr.sc. Ivica Mustač, v.pred.		
	3. dr.sc. Lovorka Gotal Dmitrović		
	4. Nikola Hrnčić, pred. - rezervni član		
	5. _____		

## Zadatak završnog rada

BR.	250/GR/2016
OPIS	<p>Na početku rada potrebno je objasniti što je geostatistika, a nakon toga opisati osnovne pojmove u geostatistici. Detaljno objasniti izradu multiskalarnu istražnu mrežu kao i njene dijelove.</p> <p>Na primjeru razraditi variogramsku funkciju i variogramsku analizu geometrijskog lika. Opisati što su to simulacije i dinamični procesi te izraditi variogram u uvjetima simuliranih dinamičnih procesa</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. U radu je potrebno dati prikaz osnova geostatistike.</li><li>2. Objasniti izradu istražne mreže kao i vrste. Izraditi istražnu mrežu "u malom i velikom mjerilu" na primjeru.</li><li>3. Objasniti variogramsku funkciju i razraditi ju na primjeru.</li><li>4. Izraditi variogramsku analizu nekog geometrijskog lika.</li><li>5. Prikazati postanak variograma u uvjetima simuliranih dinamičnih procesa u sustavu geometrijskih likova.</li></ol>

ZADATAK DOLUČEN

13.06.2016.



PODPIŠAN I POTV. MENTORA

*[Handwritten signature]*

## **Predgovor**

Odabrala sam temu Osnove geostatistike i njena primjena jer sam htjela naučiti nešto više o načinima na koje se prikupljaju te pohranjuju geografske informacije o nekom području. Također, vrlo zanimljivi su i načini raspolaganja geografskim informacijama, odnosno ulaznim skupom podataka čija će nas analiza dovesti do zaključaka o određenom području.

Želim se zahvaliti svojoj mentorici dr. sc. Lovorki Gotal Dmitrović koja je pristala izaći mi u susret s pisanjem završnog rada, čija pomoć je bila od velikog značaja.

Također se želim zahvaliti i svojoj obitelji jer je ona ta koja mi je omogućila studiranje, a bez studiranja nema ni završnog rada. Hvala im i na podršci koju su mi davali ovih godina, pogotovo bratu Kristijanu koji mi je često izlazio u susret s rješavanjem problema. Veliko hvala i kolegama jer su bili pravi nesebični prijatelji.

## **Sažetak**

Geostatistika je metodologija u analizi prostorno koreliranih podataka čije je glavno obilježje upotreba variograma kao i tehnika za kvantificiranje i modeliranje prostornih odnosa podataka. Geostatistika je grana primijenjene statistike koja primjenjuje teorije determinističke procjene. Tradicionalno se koristi u geoznanostima. Variogram je jedan od osnovnih geostatističkih alata. Variogram prikazuje strukturu slučajnog polja koji može ovisiti samo o udaljenosti između dviju mjernih točaka i razlici vrijednosti među njima. Modeli i interpretacije temeljene na geostatističkim metodama često se rade pomoću računalnih programa. Stoga su primjena i razvoj geostatistike usko vezani s razvojem informacijskih znanosti.

## **Summary**

Geostatistics is the methodology in the analysis of spatially correlated data whose main characteristic is the use of variograms and techniques for quantifying and modeling the spatial relationships of data. Geostatistics is a branch of applied statistics that applies theory deterministic assessment. Traditionally used in geosciences. Variogram is one of the basic geostatistical tools. Variogram shows the structure of a random field, which can depend only on the distance between the two measuring points and the difference value between them. Geostatistical models and interpretations very often are made by using computer programs. Consequently, application and development of geostatistics are closely connected with progress of information science.

ključne riječi: geostatistika, variogram, procjena, modeliranje

key words: geostatistics, variogram, assessment, modeling

## **Popis korištenih kratica**

**RV**      Regionalizirana varijabla  
**GIS**      Geoinformacijski sustav



# Sadržaj

1.	Uvod.....	1
2.	Povijest geostatistike.....	3
2.1.	Povijesni pregled nastanka geostatistike .....	3
2.1.1.	Kovarijanca i korelogram.....	4
2.1.2.	Variogramska funkcija .....	5
2.2.	Osnove geostatistike – temeljna načela Teorije regionalizirane varijable .....	8
2.3.	Geostatistički prostor .....	12
2.3.1.	Dvodimenzijski geostatistički prostor.....	12
2.3.2.	Trodimenzijski geostatistički prostor.....	13
2.4.	Načela u geostatistici.....	14
2.4.1.	Načelo proširenja u geostatistici.....	14
2.4.2.	Načelo Varijanca bloka u geostatistici.....	15
2.5.	Osnove geostatističke procjene i modeliranja.....	16
2.5.1.	Kriging.....	16
2.5.2.	Kokriging.....	18
2.5.3.	Stohastičke simulacije.....	18
2.6.	Multiskalarna istražna mreža.....	19
2.6.1.	Vrste istražnih mreža.....	20
2.6.2.	Greške kod istražnih mreža.....	21
2.7.	Simulirani dinamični procesi u sustavu geometrijskih likova.....	22
2.7.1.	Početni sustav geometrijskih likova, sustav sa zonom morfološke razuđenosti - nezreli sustav.....	23
2.7.2.	Geometrijski sustav sa zonom morfološke homogenosti i zonom morfološke razuđenosti.....	24
2.7.3.	Opis dinamičnih procesa u modelu geometrijskih likova.....	24
3.	Geostatistička analiza svojstava tla.....	26
3.1.	Objekt istraživanja.....	26
3.2.	Statistički pokazatelji analiziranih tla .....	26
3.3.	Geostatistički parametri i variogrami sadržaja $\text{CaCO}_3$ .....	27
3.4.	Geostatistički parametri i variogrami sadržaja humusa.....	32
4.	Analiza rezultata .....	37
5.	Zaključak.....	38
6.	Literatura.....	40

# 1. UVOD

Geostatistika je metodologija u analizi prostorno koreliranih podataka čije je glavno obilježje upotreba variograma ili sličnih tehnika za kvantificiranje i modeliranje prostorne korelacije podataka. Riječ geostatistika sastoji se od riječi „statistika“ što dolazi od grčke riječi status=stanje i prefiksa „geo“ (grč. Zemlja).

Zbog prefiksa „geo“ u počecima se smatralo kako ova metodologija ograničena prvenstveno na geološke primjene.

Geološki i rudarski inženjeri, te geolozi redovito koriste geostatistiku u prostornom prikazu rudnih tijela i ležišta mineralnih sirovina. Botaničari ju koriste za prikazivanje prostorne raspodjele raznih vrsta biljnog svijeta, a ekolozi za raspodjelu raznih izvora zagađenja. Astronomi primjenjuju razne metode geostatistike u procjeni prostorne raspodjele tvari u galaksijama. Prema tome geostatistika je danas bitna znanstvena i stručna disciplina prostorne analize, bez obzira na dimenziju prostora u kojem se promatrani proces nalazi i na varijablu koja se obrađuje.

Geostatistika je dio geomatike, a geomatika je znanost o prikupljanju, pohranjivanju, obrađivanju i razmjenjivanju geografskih ili prostornih referenciranih informacija. Uključuje različite tehnike, poput krigiranja, koje omogućuju vizualizaciju prostornog korelacijskog modela.

U geostatistici je bitno: 1.) poznavati metodologiju i njene mogućnosti, 2.) pravila korištenja metodologije, 3.) raspolagati ulaznim skupom podataka (numeričkih) čija će analiza dovesti do zaključaka.

Nepoštivanje metodologije i njezinih pravila korištenja dovodi do pogrešnih rezultata. Međutim, u slučaju korištenja točne metodologije, također može doći do pogrešnih rezultata. Tada je riječ o prirodi ulaznih podataka. Oni mogu biti točni, ili s greškom mjerenja (u očekivanim granicama), promatrani zasebno, ali pogrešno promatrani unutar uzorka koji bi u sebi trebao nositi ključnu poruku o problemu koji se istražuje. Ulazni podaci ponekad mogu biti točni za jednu metodologiju, ali nisu primjereni za drugu metodologiju.

Prema tome, što je i eksperimentalno dokazano, ulazni podaci puno više utječu na točnost krajnjih rezultata, nego ostali čimbenici određene metodologije u koje spada i sam istraživač.

Drugi važan čimbenik je broj elemenata u skupu, odnosno veličina uzorka. Važno je da skup uzorkovanih podataka sadrži pouzdane podatke te da bude reprezentativan. To znači da je po svojim karakteristikama nalik osnovnom skupu, tj. da predstavlja osnovni skup u malom. Reprezentativnost se postiže ispravnim izborom elemenata osnovnog skupa, što znači da svaki element mora imati jednaku mogućnost da bude izabran u uzorak.

Obzirom na način izbora jedinica iz osnovnog skupa razlikuju se: 1.) namjerni uzorak i 2.) slučajni uzorak. Namjerni uzorak čine elementi koje je odabrao istraživač prema vlastitoj odluci. Na taj način je teško odabrati reprezentativan uzorak. Također je potrebno dobro poznavati osnovni skup, kako bi se mogli odabrati elementi na temelju kojih se može doći do pouzdanih rezultata. Slučajni uzorak je uzorak, u kojem svaki element osnovnog skupa ima jednaku vjerojatnost biti odabran u uzorak. Na taj način se može odabrati reprezentativan uzorak. Načini odabira slučajnog uzorka: ako skup ima mali broj članova, svaki se član označi brojem, te se slučajnim izborom izvlači uzorak; ako skup ima veći broj elemenata, uzorak se bira pomoću “tablice slučajnih brojeva” ili sistematskim izborom jedinica.

## 2. POVIJEST GEOSTATISTIKE

### 2.1. Povijesni pregled nastanka geostatistike

Geostatistika se razvila u granicama rudarske discipline, a cilj je bio što bolja procjena mineralnih rezerva. Danie Gerhardus Krige, južnoafrički rudarski inženjer, bavio se vjerojatnostima i statistikom te izdao rad „Krige“ (1951.).

Profesor u rudarskoj školi u Fontainebleau (Francuska), Georges Matheron, primjenio je svoje stručno znanje iz teorije vjerojatnosti i statistike te formulirao Krigeov rad u metodu procjene rezerva minerala. Matheron je zaslužan za znanstveni rad iz kojeg proizlazi metoda prostorne interpolacije, koju je on, u čast dr. Krigeu, nazvao „kriging“.

Prvi pisani rad Matheron je objavio u časopisu „Economic Geology“ 1963.godine. Odabir baš toga časopisa je dokaz kako je kriging metoda bila uglavnom namijenjena rudarskim inženjerima i geolozima.

Godine 1978. objavljena je knjiga „Mining Geostatistics“ autora André Georges Journela i Charles J. Huijbregtsa u kojoj je temeljito dokumentirana teorija i primjena geostatistike u rudarskoj industriji.

Devedesetih godina prošlog stoljeća došlo je do „eksplozije“ primjene geostatistike u raznim područjima kao što je biologija, hidrologija, hidrogeologija, zoologija te meteorologija. U današnje se vrijeme geostatistika primjenjuje u raznim projektima i studijama u svrhu istraživanja podzemnih voda i zaštite okoliša.

Prostorna analiza je od velike koristi za studije zaštite okoliša koje promatraju prostornu distribuciju zagađenja u vodi i tlu, te zraku.

Geostatistika se proširila u razne discipline te su zbog toga uvedene nove metode prostorne analize. Zbog novog razvoja metoda kriginga, geostatistika se primjenjuje i u drugim disciplinama, kao što su potresno inženjerstvo, seizmička geofizička istraživanja, mjerenje zagađenja zraka, digitalno procesiranje te geotehničke parametarske studije.

Osnovni termin geostatistike je kriging. Kriging je linearni interpolator koji koristi težinske koeficijente dobivene ovisno o prostornoj strukturi procesa koji se promatra, a ona je sadržana u prostornoj kovarijanci nekog procesa i predstavlja temeljni dio svake prostorne varijable. Kovarijanca sadrži važne informacije o prostornim procesima. Njezina svojstva se dobivaju preko variograma. To je prezentacija kovarijance, procesa u funkciji udaljenosti u prostoru. Variogram je stoga postao glavni zaštitni znak geostatistike.

U povijesti hidrostatistike, veliku važnost ima Carl Friedrich Gauss, rođen 30. travnja 1777. u Brunswicku, u Njemačkoj. Gauss je već s 18 godina napisao svoj prvi znanstveni rad, o poligonu sa sedamnaest stranica. Uslijedio je niz znanstvenih dostignuća u matematičkom računu, među kojima svakako treba spomenuti i njegov doprinos znanosti u istraživanju zakrivljenih ploha, čime je utemeljio matematičku pretpostavku za kasniji razvoj teorije relativnosti Alberta Einsteina.

Metoda najmanjih kvadrata je jedan od najznačajnijih Gaussovih doprinosa koja se i danas često koristi. Gauss je do metode najmanjih kvadrata došao analizirajući slučajne pogreške koje nastaju prilikom mjerenja, poglavito pri astronomskim ispitivanjima.

### **2.1.1. Kovarijanca i korelogram**

Kovarijanca je statistička mjera korelacije između dvije varijable. U geostatistici, kovarijanca se promatra kao jednostavna inverza variograma, a računa se kao razlika ukupne varijance i vrijednosti variograma. Ove vrijednosti kovarijanca češće se upotrebljavaju nego vrijednosti variograma za izračun jednadžbi matrica kriginga zbog veće efikasnosti izračuna.

Autokovarijanca je mjera kovarijanci (spoj varijanci) između susjednih kvantitativnih vrijednosti u nizu opažanja koja su poredana u vremenu ili prostoru. Ako su vrijednosti standardizirane, autokovarijanca je jednaka autokorelaciji.

Metoda kriginga je matematički napredna interpolacijska metoda. Njom se procjenjuju vrijednosti određene varijable u točkama mreže. Cilj metode je određivanje prostorne veze između stvarnih, mjerenih podataka i točke u kojoj se računa procijenjena vrijednost.

Autokorelacija je mjera korelacije između susjednih vrijednosti u nizu kvantitativnih opažanja koja su poredana u vremenu ili prostoru. Koeficijent autokorelacije prvog reda pokazuje smjer i jakost linearne veze među članovima procesa razmaknutih za jedno vremensko razdoblje, pokazuje smjer i jakost linearne veze među članovima procesa razmaknutih dva vremenska razdoblja, itd. Autokorelacija se obično računa za uzastopno sve veće zaostatke i iskazuje kao korelogram, dakle, korelogram je grafički prikaz autokorelacijske funkcije prema broju zaostataka.

## 2.1.2. Variogramaska funkcija

Variogramaska funkcija ili gama funkcija računa se prema izrazu formule:

$$\gamma(h) = 0.5 \frac{f(x+h) + f(x) - 2f(x+h/2)}{n(h)} \quad (1)$$

gdje su:

$\gamma(h)$  - gama, variogramaska funkcija,

$f(x+h)$ ,  $f(x)$  - vrijednost slučajne funkcije za  $x$  i  $x+h$ ,

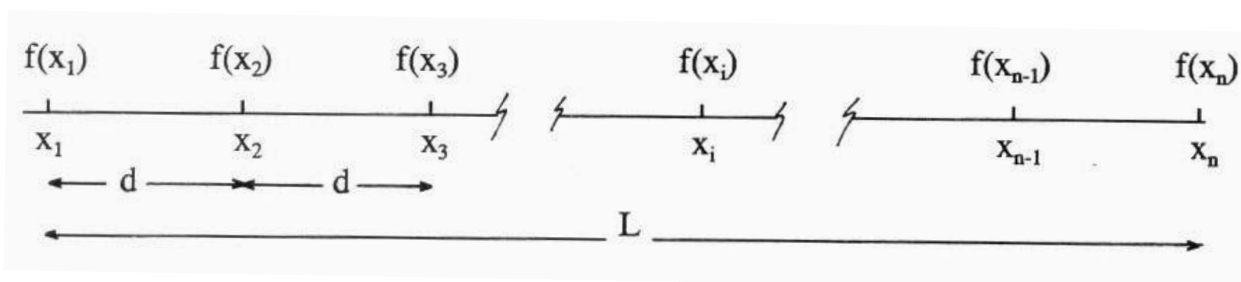
$h$  – korak variograma,

$n(h)$  – broj parova u koraku  $h$ .

Slučaj ravninskog rasporeda podataka je najčešći slučaj u praksi. Raspored podataka je takav da su podaci poredani u pravilnoj mreži. Postupak je isti, ali se u poziciji svakog podatka pretražuje njegova okolina u krugu određenog radijusa, ako anizotropija ne postoji, odnosno unutar elipse usmjerene prema glavnoj osi anizotropije, ako ona postoji.

Anizotropija je svojstvo varijable da u različitim smjerovima pokazuje različita prostorna ili numerička obilježja. Anizotropija je također svojstvo nekih tijela da u različitim smjerovima pokazuju različita fizikalna svojstva. Variogramaska anizotropija je anizotropija kod koje je variogramski doseg veći u jednome nego u drugome smjeru.

Uočimo niz od  $n$  uzoraka (slika 2.1.1) raspoređenih na istom rastojanju  $d$ , duž linije dužine  $L$ . Neka je  $x_i$  koordinata koja odgovara broju uzorka  $i$ , a  $f(x_i)$  njegova vrijednost (sadržaj korisne komponente). Ovaj zapis je kraći matematički način označavanja da vrijednost,  $f(x_i)$ , uzorka sa brojem  $i$  je funkcija pozicije  $x_i$  (tj. mjesta uzorkovanja, odnosno uzimanja uzorka), a  $f(x_i)$  je vrijednost sadržaja ( $f$ ) izmjerenog na mjestu uzorkovanja  $x_i$ .



Slika 2.1.1 Primjer variograma za linijski raspoređene podatke

(preuzeto: <http://www.rgf.bg.ac.rs> ; download: 10.06.2016.)

Uzorci mogu biti bilo kakvog tipa, ali se pretpostavlja da svi imaju istu geometrijsku bazu (geometrijski oblik, orijentaciju), linija može da predstavlja sredinu bušotine isječenu na približno jednake dužine  $d$ . Variogram za uzorak na rastojanju  $d$  je polovica srednje kvadratne razlike između svih parova uzoraka koji se nalaze na rastojanju  $d$ . To se označava sa  $\gamma(d)$ :

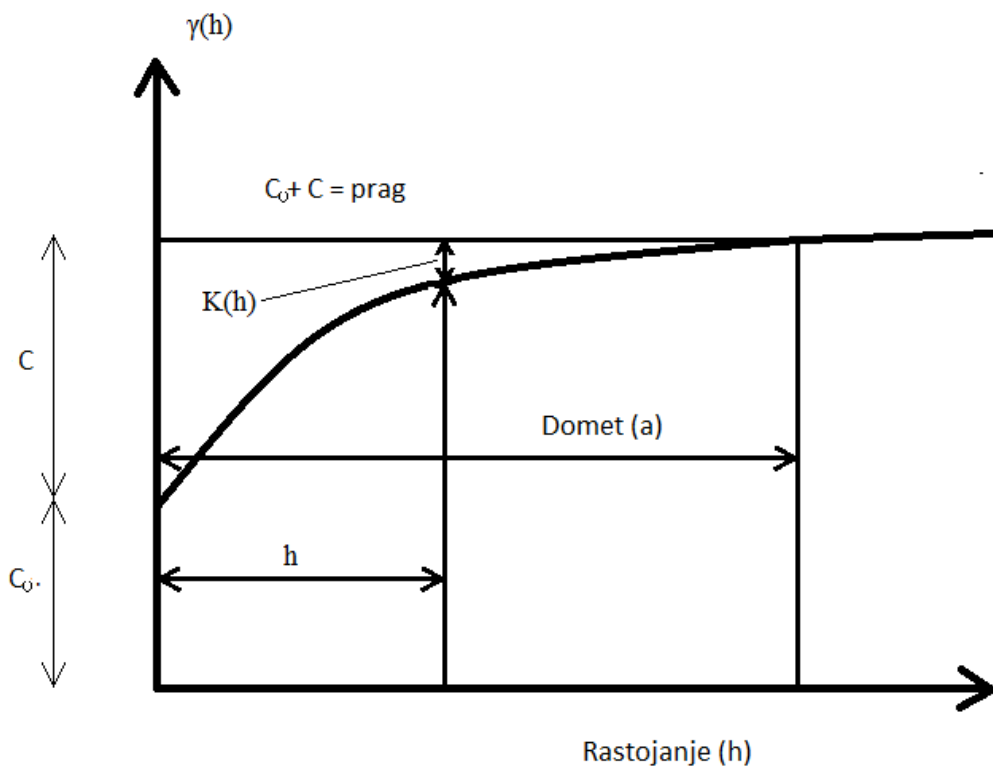
$$\gamma(d) = \dots \quad (2)$$

Za rastojanje 2d, variogram se računa prema sljedećem izrazu formule:

$$\gamma(2d) = \dots \quad (3)$$

Dakle, variogram se dobije na temelju računanja vrijednosti, odnosno, u prvom koraku su računane razlike za parove udaljene za vrijednost d, a u drugom su razmaknute za 2d, itd.

Sferični teorijski dijagram je najčešći oblik variograma (slika 2.1.2). Nazvan je grumen tipom (engl. nugget type), ako mu je statistička komponenta ukupne varijance izražena (obično oko 0.1).



Slika 2.1.2 Sferični teorijski variogram nugget tipa  
(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

Formula sferičnog teorijskog variograma sa samo jednim dometom jest:

$$\gamma(h \leq a) = C \left( 1 - \frac{3}{2} \left( \frac{h}{a} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{h}{a} \right)^3 \right), \quad (4)$$

$$\gamma(h = a) = C, \quad (5)$$

$$\gamma(h > a) = C, \quad (6)$$

gdje su:

C – strukturna komponenta ukupne varijance kao posljedica postojanja prostorne korelacije do dometa a,

- slučajna, statistička komponenta ukupne varijance (nugget varijanca) kao posljedica prevelike neregularnosti u pojavi koja se istražuje ili greške mjerenja,

- ukupna varijanca, varijanca uzorka ili prag variograma,

h - rastojanje,

a - domet.

\*Variografija je korištenje funkcije variograma u tumačenju svojstava pojave koja je predmetom istraživanja. Tada se vrijednosti variograma objašnjavaju kao posljedice svojstava ispitivane varijable.



## 2.2. Osnove geostatistike – temeljna načela Teorije regionalizirane varijable

Predmet proučavanja vjerojatnosti jest slučajna promjenjivost, koja se ponaša prema Zakonu vjerojatnosti. Vjerojatnost slučajnog događaja izraz je mogućnosti ostvarenja tog događaja. Statistička definicija vjerojatnosti zasniva se na pretpostavci da je slučajni eksperiment moguće ponavljati proizvoljan broj puta u nepromijenjenim uvjetima, pri čemu su pojedini pokušaji međusobno neovisni. Vjerojatnost promatranog događaja definira se kao granična vrijednost njegove relativne frekvencije kada broj ponavljanja slučajnog eksperimenta neomeđeno raste, gdje je relativna frekvencija nastupa nekog događaja u  $n$  ponavljanja slučajnog eksperimenta.

Ako se slučajna promjenjivost označi točkom u prostoru, s određenim koordinatama, a točke se vežu, dobije se funkcija slučajnosti. Funkcija slučajnosti je beskonačan skup slučajne promjenjivosti, a njezina realizacija unutar zadanog prostora se naziva regionalizirana varijabla.

Funkcija slučajnosti uključuje dvojaki aspekt regionalizirane varijable, i to slučajni RV i strukturni RV. Konkretno realizacije funkcije se ostvaruju u dvije bliže točke prostora manje različite od udaljenijih.

Prostorna korelacija, na nekoj udaljenosti, među realizacijama funkcije slučajnosti prestaje, te od tada vlada slučajni aspekt te regionalizirana varijabla. Ta udaljenost je bitan pojam u razumijevanju ove metodologije, a naziva se domet prostorne korelacije.

Nakon dometa, konkretne realizacije promatrane regionalizirane varijable se upravljaju po zakonima statistike, a unutar dometa po zakonima geostatistike.

Unutar strukturne komponente regionalizirane varijable može se pojaviti i grumen varijanca (engl. nugget variance) koja je statistička komponenta, a proizvod je RV-a, pogrešaka mjerenja u svim fazama prikupljanja podataka o RV-u.

Uvjet primjene teorije regionalizirane varijable je postojanje stacionarnosti u polju regionalizirane varijable, a ona je povezana s periodičnim ponavljanjem razlika među vrijednostima RV-a međusobno jednako udaljenim.

U geostatistici se često kovarijanca može zamijeniti jednostavnijim oblikom, odnosno variogramom. Variogram je vrijednost varijance (polovica kvadrata razlike) za par mjerenja koji je funkcija udaljenosti (ponekad i smjera) uzoraka, tj. funkcija kojom se računa prostorna zavisnost parova podataka. Obično su ispitani svi mogući parovi podataka te grupirani u razrede (korake), približno jednake udaljenosti i smjera.

Variogram prikazuje strukturu slučajnog polja koji može ovisiti samo o udaljenosti između dviju mjernih točaka i razlici vrijednosti među njima. Nije unaprijed poznat te se određuje iz

podataka. Podaci su često šturi bilo zbog njihova malog broja ili zbog slabe međusobne prostorne određenosti (kada je broj mjerenja velik, ali sva su grupirana samo na određenim lokacijama, a ne svugdje u promatranoj domeni). Iz relativno malog broja ulaznih podataka variogram će bolje opisati strukturu slučajnog polja nego kovarijanca (za koju treba znatno više mjerenja).

Variogrami osiguravaju sredinu ili kvantificiraju opaženu vezu koja jače povezuje bliže od udaljenijih uzoraka. Ta funkcija se može opisati eksperimentalnim i teorijskim variogramom, a svaki od njih može biti neusmjereni ili usmjereni.

Preteča variogramu je bio korelogram.

Variogrami se dijele na: eksperimentalne i teorijske\*, te neusmjerene i usmjerene\*\*.

\*Eksperimentalni variogram

Variogram je oblika:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (z(x_i) - z(x_i + h))^2 \quad (7)$$

gdje su:

$2\gamma(h)$  - vrijednost variograma,

$n$  - broj parova podataka uspoređenih na udaljenosti  $h$ ,

$z(x_i)$  - vrijednost varijable na lokaciji  $x_i$ ,

$z(x_i + h)$  - vrijednost varijable na lokaciji udaljenoj za  $h$  od promatrane lokacije  $x_i$ .

Eksperimentalni variogram se određuje iz mjernih podataka. Ovaj variogram je određen isključivo mjerenjima i sadrži sve nedostatke kojima su mjerenja inače podložna. On nema egzaktan karakter i ne pokazuje uvijek direktna svojstva polja koje se promatra.

Za interpretaciju ovog variograma nema točno određenog kriterija, već je vrlo često potrebno iskustvo i ekspertna prosudba inženjera pri opisu odgovarajućih varijabli i procesa. Eksperimentalni variogrami aproksimiraju se teorijskim variogramskim modelima. Variogrami mogu biti neusmjereni i usmjereni, ovisno o mogućoj anizotropiji.

### \*Teorijski variogram

Teorijski variogram je variogram koji sadrži aproksimacijski model za eksperimentalni variogram opisan matematičkom funkcijom. Teorijski variogram je predstavljen odabranom analitičkom funkcijom koja prati osnovne karakteristike eksperimentalnog variograma.

Ne postoje nikakva pravila kada i kako odabrati određene tipove funkcije. Odabirom tipa funkcije određena su osnovna svojstva variograma i mogućnosti njegove primjene na konkretne mjerne podatke.

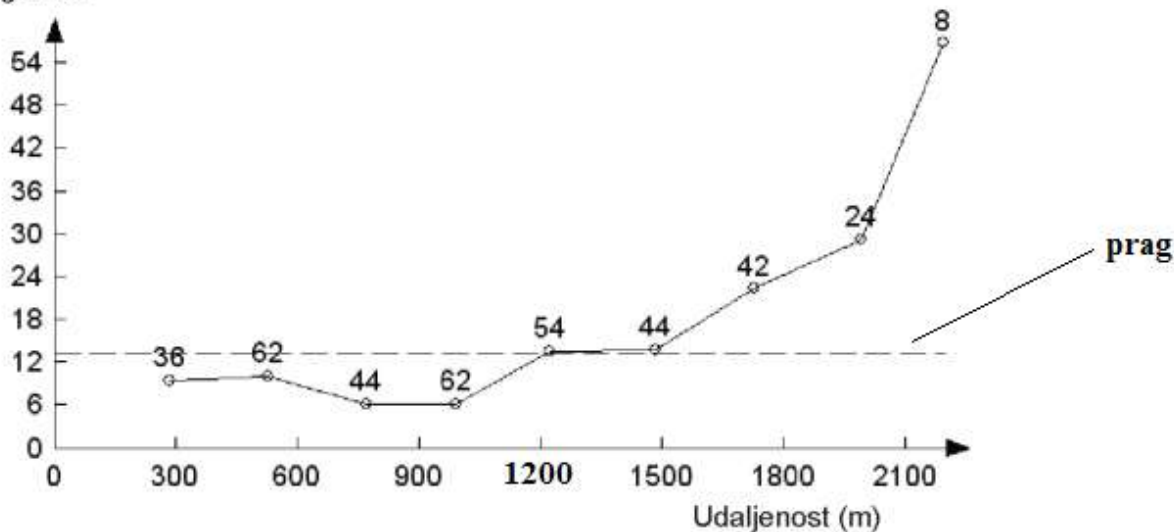
Vrlo je bitno ispravno pretpostaviti tip funkcije, a ne funkciju prilagođavati točkama variograma. Teorijski variogram može odstupati od eksperimentalnog variograma.

### \*\*Neusmjereni variogram

Neusmjereni variogram je variogram koji nije usmjeren nekim pravcem prilikom računanja vrijednosti za parove podataka.

Primjer:

Vrijednost  
variograma



Slika 2.2.1 Neusmjereni variogram

(preuzeto: T. Malvić, K. Novak Zelenika, 2013; download: 30.05.2016.)

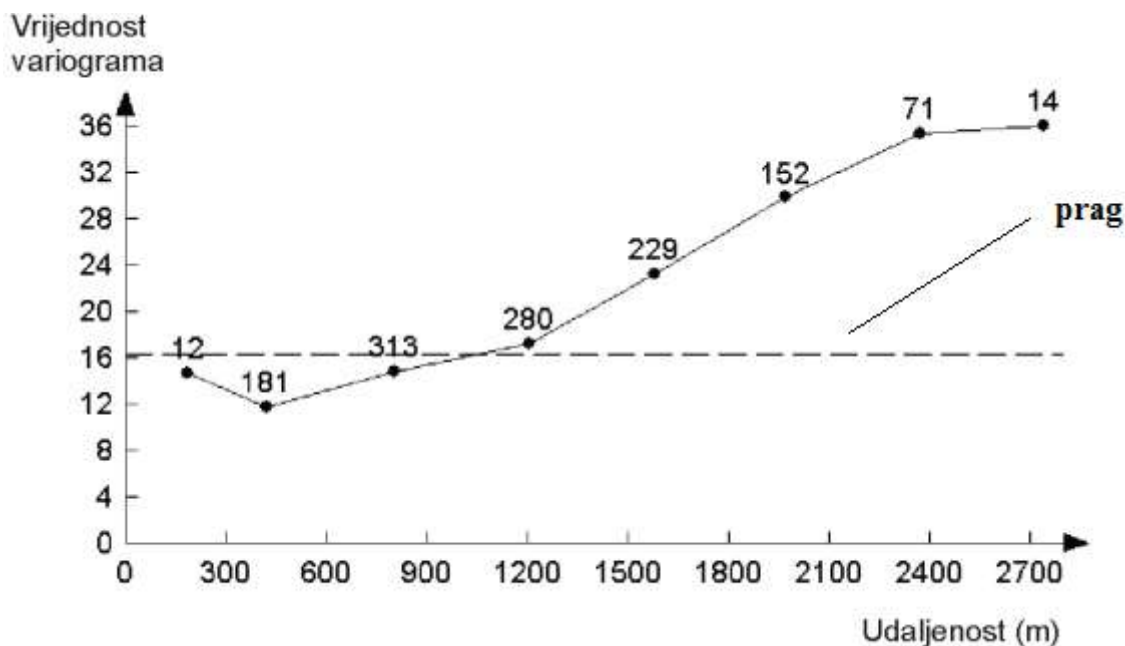
Na slici 2.2.1 prikazan je eksperimentalni neusmjereni semivariogram, koji je kasnije aproksimiran eksponencijalnim modelom. Variogram ima širinu razreda 250 m pa su vrijednosti 300, 550, 700, 950,...m. Doseg variograma iznosi 1200 m, a prag 13.26.

Doseg je vrijednost udaljenosti kad funkcija dosegne prag.

## \*\*Usmjereni variogram

Usmjereni variogram je variogram koji je usmjeren po pravcu prilikom računanja vrijednosti parova podataka. Usmjereni variogram se računa iz podataka koji se nalaze unutar kružnog isječka čiji radijus odgovara radijusu pretraživanja, a pravac kojim je usmjeren variogram je simetrala kuta toga isječka.

Primjer:



Slika 2.2.2 Usmjereni variogram

(preuzeto: T. Malvić, K. Novak Zelenika; download: 30.05.2016.)

Na slici 2.2.2 je prikazan usmjereni semivariogram (funkcija identična variogramu, osim što je cijeli matematički izraz kraćen s brojem 2) izračunat (kasnije aproksimiran sfernim modelom) po pravcu pružanja, npr. strukture ležišta ugljikovodika ( $45^{\circ}$ - $225^{\circ}$ ;  $0^{\circ}$  je smjer sjevera). Variogram ima kutnu toleranciju od  $45^{\circ}$  te širinu razreda 400 m pa su njegove vrijednosti  $400/2$ ,  $800/2$ ,  $1200/2$ ,  $1600/2$ ,  $2000/2$ ,...m.

## 2.3. Geostatistički prostor

Geostatistički prostor je zapravo stvoreni virtualni prostor, vrlo sličan realnom. U tom prostoru bi se primjenjivale osnove geostatističke zakonitosti i procedure.

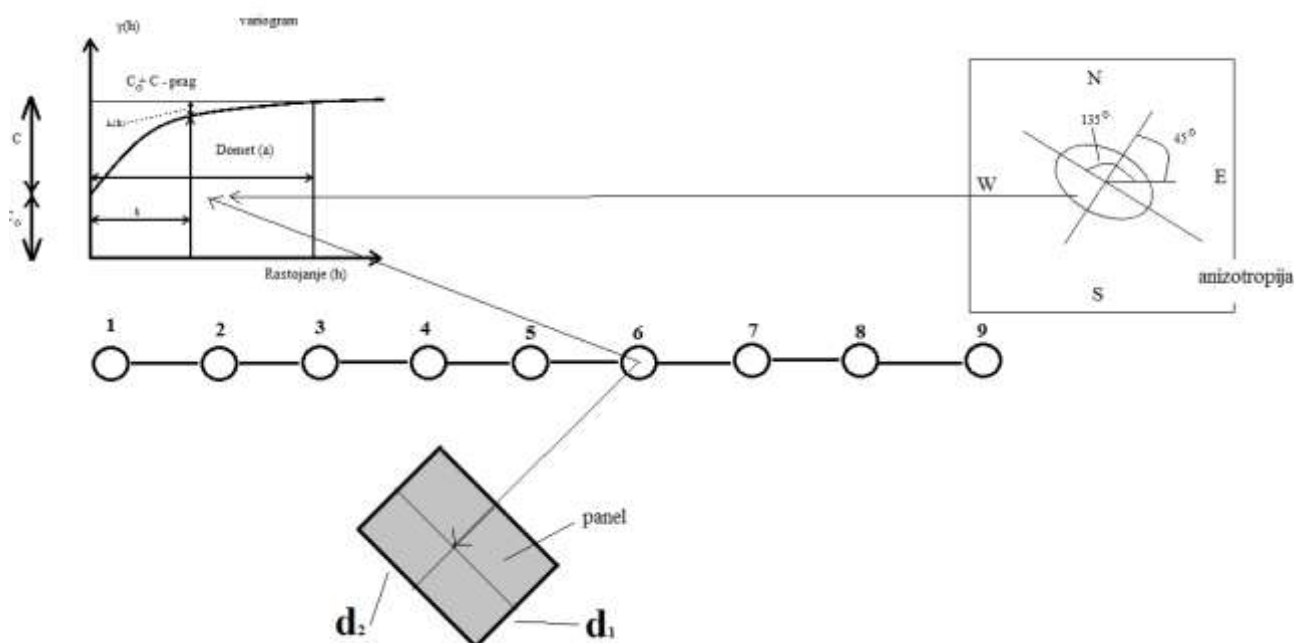
Razlikuju se linijski problemi, ravninski i prostorni, a koriste se dvodimenzijanski i trodimenzijanski geostatistički prostor.

### 2.3.1. Dvodimenzijanski geostatistički prostor

Na slici 2.3.1 je prikazan dvodimenzijanski geostatistički prostor uz pomoć linijskog skupa podataka. Element mu je panel u ravnini koji ima dvije optimalno odabrane dimenzije;  $d_1$  i  $d_2$ . Panel je orijentiran prema utvrđenoj osi anizotropije (na slici 2.3.1 prikazano je 9 panela).

Alat koji je potreban za tvorbu toga prostora je označen na slici 2.3.1. U taj alat spada korektan variogram i njegova anizotropija u ravnini. Vrlo je bitan i položaj skupa podataka dobiven istraživanjem. Na temelju toga dimenzionira se geostatistički prostor, pravilno orijentiran, te po potrebi mu se ucrtavaju i granice.

Paneli poredani u redove i kolone čine virtualni ravninski geostatistički prostor.

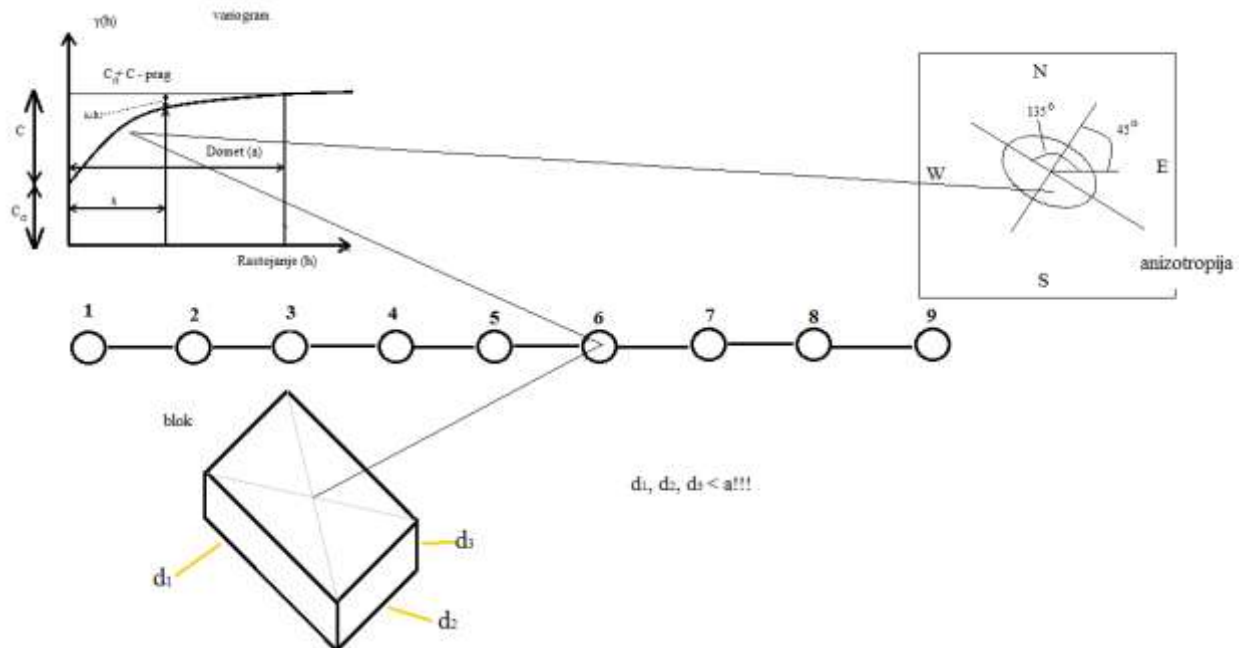


Slika 2.3.1 Dvodimenzijanski geostatistički prostor

(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

### 2.3.2. Trodimenzijski geostatistički prostor

Trodimenzijski geostatistički prostor je prikazan na slici 2.3.2. To je geostatistički prostor čija je osnovna stranica blok koji je zadan s tri dimenzije u prostornom pravokutnom koordinatnom sustavu, lokalnom ili globalnom. Dimenzije bloka i trebaju biti određene u odnosu na prostornu korelaciju i anizotropni koeficijent, te tako i orijentirani.



Slika 2.3.2 Trodimenzijski geostatistički prostor

(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

Blokovi se moraju poredati u pravilne redove, kolone i slojeve, a ponekad se ucrtavaju i konture, odnosno granice.

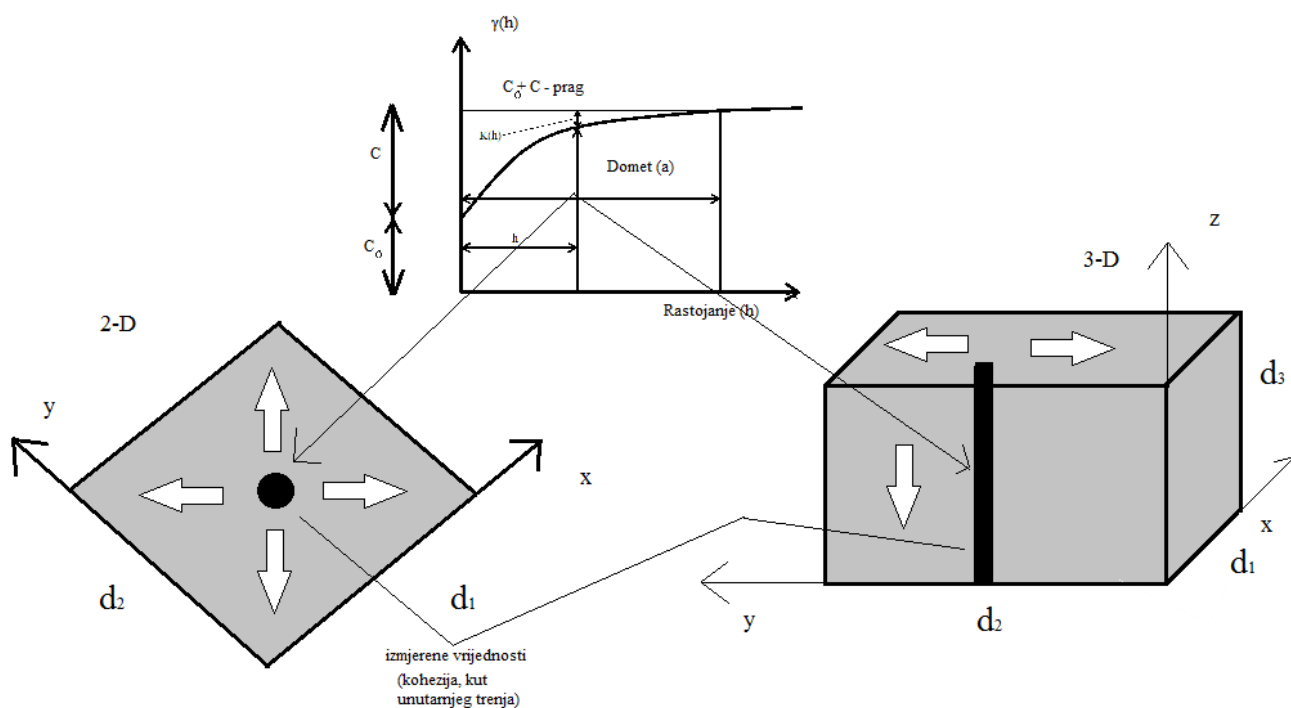
Za nastanak trodimenzijskog geostatističkog prostora, potreban je alat koji je istovjetan onom za nastanak dvodimenzijskog geostatističkog prostora, međutim, variogram i anizotropna elipsa moraju biti definirani u istom prostoru. To je moguće ako se raspolaže skupom rezultata istraživanja prostornog karaktera.

Poznat je i način realiziranja trodimenzijskog prostora preko slojeva, koji se modeliraju zasebno, tehnikom opisanog dvodimenzijskog prostora. Također, i u ovom slučaju je nužno korištenje računalnih programa.

## 2.4. Načela u geostatistici

### 2.4.1. Načelo proširenja u geostatistici

Načelo proširenja u geostatistici je vrlo bitno jer daje odgovore na mnoga pitanja koja se vežu uz nastanak i rizik. Varijanca proširenja je varijanca greške koja nastaje, ako se vrijednost uzorka proširi na cijelu površinu panela ili bloka. Vrijednost iz uzorka se može odnositi na točku, liniju ili volumen, prema slici 2.4.1.



Slika 2.4.1 Načelo proširenja u Geostatistici

(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

Ta vrijednost prema panelu ili bloku može zauzeti različite položaje. Može biti u njegovom centru, bilo gdje drugdje, na njegovim rubovima ili izvan njega. Položaj zapravo određuje razinu učinjene greške.

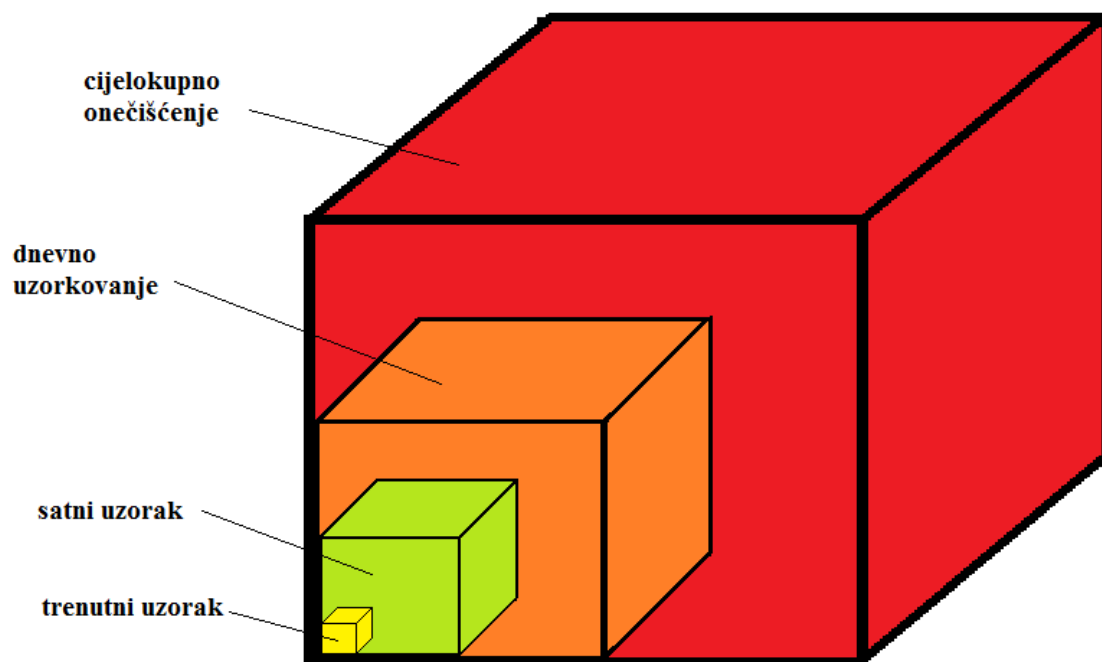
Ako znamo temeljni variogram, kada se računaju odnosi između poznate točke uzorka ili svih dijelova (točaka) panela ili volumena, te odnosi unutar panela ili volumena (preko svih njegovih točaka), moguće je izračunati varijancu proširenja.

Proširenjem sadržaja poznatog volumena ili točke na definirani panel ili blok, nastaje greška. Ta greška je izvorom rizika, a predstavlja rizik kada se vrijednost uzorka (uzetog primjerice iz dnevne proizvodnje jedne proizvodne jedinice) pripiše cijeloj proizvodnji. Međutim, kada je ta varijanca poznata, može se držati pod nadzorom.

Faktori sigurnosti ovise o stupnju pouzdanosti određivanja, kao što je veličina istražne mreže i njena gustoća, pogreške kod uzorkovanja i greška mjerenja.

### 2.4.2. Načelo Varijanca bloka u geostatistici

Načelo varijance bloka je povezano s načelom proširenja. Ideja ovog načela je prikazano na slici 2.4.2.



Slika 2.4.2 Varijanca bloka u zaštiti okoliša prilikom remedijacije tla  
(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

U zaštiti okoliša je bitno poznavati varijancu proširenja uzorka zagađenog tla i ukupnog (pretpostavljenog) zagađenja.

Taj odnos označava rizik. Varijanca malog bloka ( $v$ ) unutar velikog ( $V$ ) je jednaka razlici varijanci točaka u velikom i malom bloku.



## 2.5. Osnove geostatističke procjene i modeliranja

Procjena nekog svojstva u geostatistici, je postupak koji inicijalizira cijelu mrežu panela i blokova, a zatim je pretvara u prostor. Geostatistička procjena je zaslužna za dodjeljivanje vrijednosti, iz skupa provedenih istražnih radnji, centru panela ili bloka.

Ove vrijednosti vrijede za cijelu površinu, odnosno volumen, uz dostignutu varijancu pogreške. To ukazuje na diskretnost i opremljenost vrijednostima uspješnostima procjene geostatističkog prostora. Takva vrsta prostora je zaslužna za rješavanje niza problema, a najviše za analizu rizika i mogućnosti upravljanja procesom istraživanja.

Za proces geostatističke procjene, za npr. volumen jednog bloka, kao elementa prostora, potrebni su podaci kao što su: točan položaj elementa volumena (lokalni ili globalni koordinatni sustav), skup poznatih vrijednosti nastao kao posljedica istraživanja, variogram s definiranom anizotropijom te program za procjenu.

Kriging, i sve njegove izvedenice, kokriging i stohastičke simulacije se ubrajaju u metode procjene.

### 2.5.1. Kriging

Metoda kriginga je matematički napredna interpolacijska metoda. Njom se procjenjuju vrijednosti određene varijable u točkama mreže. Cilj metode je određivanje prostorne veze između stvarnih, mjerenih podataka i točke u kojoj se računa procijenjena vrijednost.

Prilikom procjene metodom kriginga nužno je koristiti variogramsku analizu. Dakle, ne uzima se u obzir samo udaljenost točaka od mjesta procjene, nego i lokalna varijanca, odnosno varijanca kriginga, što znači da je razlika između očekivanih i procijenjenih vrijednosti minimalna.

Prilikom procjene ovom metodom svakom se podatku dodaje težinski koeficijent ( $\lambda$ ). Vrijednost koeficijenta govori koliko su točke međusobno zavisne, odnosno, što je  $\lambda$  veća, točka je prostorno bliža točki procjene i jače utječe na nju. Zbroj svih koeficijenata „ $\lambda$ “ je jednak jedinici, osim kod tehnike jednostavnog kriginga.

Metoda kriginga obuhvaća brojne tehnike koje se razlikuju po obliku matričnih jednadžbi, odnosno prema području i vrsti podataka na koje se primjenjuju. To su:

- jednostavni kriging
- obični kriging
- indikatorski kriging
- univerzalni kriging

- disjunktivni kriging.

Jednostavni kriging je varijanta kriginga koja podrazumijeva da su lokalne srednje vrijednosti relativno konstantne i jednake srednjoj vrijednosti cijele populacije koja se smatra poznatom. Populacijska srednja vrijednost upotrijebljena je u svakoj lokalnoj procjeni, s uzorcima koji pripadaju takvoj lokalnoj procjeni.

Ta tehnika osnova je za ostale vrste kriginga, ali ne zadovoljava uvjet nepristrane procjene. Sve ostale tehnike kriginga imaju dodan neki „faktor ograničenja“ unutar jednadžbi čime je u potpunosti zadovoljen uvjet jednadžbi kriginga nazvan BLUE (engl. best linear unbiased estimator).

U tehnici običnoga kriginga dodan je vanjski parametar, nazvan Lagrangeov faktor ( $\lambda$ ), kojim se minimizira iznos varijance kriginga. Tehnika kriginga u kojoj je pretpostavljeno da lokalna srednja vrijednost nije približna ili jednaka srednjoj vrijednosti ukupnog broja podataka.

Indikatorski kriging specifična je geostatistička tehnika za prostorne pojave, obilježene slabom stacionarnošću. Zapravo, ova tehnika je nepouzdanija (slabija) od bilo koje druge aproksimacije krigingom.

Ipak, razvijena je za procjenu lateralne nesigurnosti, a ne jedinstvene vrijednosti za sve ćelije mreže. Indikatorski kriging koristi intervalne podatke, kao diskretizirani oblik izvorne kontinuirane distribucije regionalizirane varijable.

Iz tog se razloga ta metoda može koristiti uvijek kada su podatci obilježeni nesigurnošću bilo koje vrste ili kada ne znamo točnu vrijednost, ali znamo interval u kojem se ona kreće. Dakle, indikatorski kriging daje vjerojatnosti (ili relativne učestalosti) događaja.

Univerzalni kriging je forma prostorne procjene kod koje se razlike tendencije procjenjuju krigingom. Tendencija se istovremeno procjenjuje i efektivno otklanja bilo koju lokalnu nestacionarnost u procijenjenoj varijabli.

\*Ćelija je površina kojom se obično predstavlja jedan dio modela. Takva temeljna površinska jedinica obično je najmanje područje u kojemu se procjenjuje vrijednost na temelju ulaznih podataka, bilo interpolacijom ili simulacijom.

### **2.5.2. Kokriging**

Kokriging je interpolacijska metoda temeljena na ponovljenom izračunu težinskih koeficijenata i srednjih vrijednosti podataka, gdje težinski koeficijenti dodijeljeni kontrolnim točkama (podacima) minimiziraju varijancu procjene. Za razliku od kriginga, takvi se izračuni obavljaju za primarnu i sekundarnu varijablu, a sekundarna varijabla je veličina koja na neki način dodatno opisuje ponašanje primarne.

### **2.5.3. Stohastičke simulacije**

Stohastičke simulacije predstavljaju skupinu tehnika kojima se za isti ulazni skup podataka dobiva niz jednakovrijednih rješenja. Također iz relativno malobrojnog ulaznog skupa dobiva se znatno veći skup novih procjena iz kojih je moguće načiniti znatno pouzdaniji histogram ulaznog skupa (posljedica toga što se ulaznim vrijednostima pribrajaju i simulirane, te raste brojnost skupa). Simulacije su temeljene na algoritmu kriginga (kokriginga).

\*Histogram je alat koji pomaže da se brzo uoči tip raspodjele za uzorke koji sadrže veliki broj podataka. Izradi histograma prethodi: izračunavanje raspona populacija, određivanje intervala klasa, izrada tabela učestalosti, određivanje granica klasa, određivanje učestalosti prebrojavanjem uzorka. Na osnovu ovih podataka crta se histogram. Na osnovu izgleda histograma donose se zaključci o statističkoj prirodi populacije.

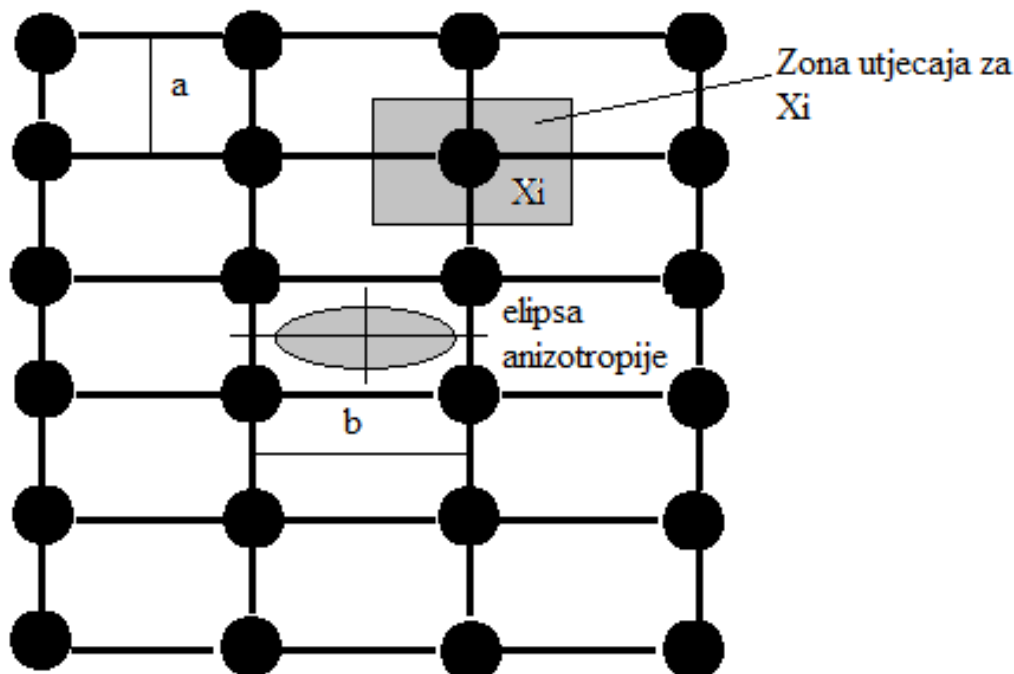
## 2.6. Multiskalarna istražna mreža

Istražna mreža je bitna jer se u njoj provode istraživanja koja vode valjanim zaključcima. Istražna mreža se polaže na teren, većinom s rastojanjem od 12,5-25,0 m.

Bitno je da su rastojanja prilagođena geometrijskoj anizotropiji reljefa. Često su rastojanja od 25,0 m usmjerena sjeverozapad-jugoistok kraća, a 12,5 m u smjeru jugozapad-sjeveroistok. Tada se u obzir uzima koeficijent anizotropije. Koeficijent anizotropije se naziva još i Lankfordovim koeficijentom koji izražava omjer poprečnog naprezanja i debljine. Koeficijent anizotropije obilježava se slovom  $r$ . Koeficijent  $r$  daje dobru procjenu o sposobnosti lima da se deformira u obliku dubokog izvlačenja. Greška koja nastaje zbog anizotropije je ušičavost. Poznavanjem anizotropije materijala možemo eliminirati pojavu ušičavosti koja rezultira škartom i općenito lošom iskoristivosti materijala. Anizotropija je slučaj kada je doseg veći (tj. bolja korelacija) u jednom negoli drugom smjeru.

Kod prikupljanja podataka bitan je zakon slučajnosti. Zakon slučajnosti ovisi o potpunoj objektivnosti. Često objekt istraživanja nije dostupan kod izravnog promatranja.

Istražna mreža se ponekad i prilagođava tijekom istraživanja, a ponekad i lokalno proglašuje. Tu dolazi do prelaska regularne mreže (slika 2.6.1) u poluregularnu mrežu što je često uzrok greške u prikupljanju informacija. Takva istražna mreža tada postaje multiskalarna.



Slika 2.6.1 Regularna istražna mreža  
(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

### 2.6.1. Vrste istražnih mreža

Mreža s povratnim postupkom je mreža temeljena na perceptronima, a ograničenje jest u tome da se uzorci mogu razdvojiti i prepoznati samo kroz linearnu matricu. To ograničenje prevladano je uvođenjem nove paradigme ili algoritma nazvanoga povratni postupak. Taj algoritam unaprjeđuje mehanizam pojedinačnoga perceptrona upotrebom velikoga broja skrivenih slojeva. Odatle potječe i naziv višeslojna mreža.

Mreža s radijalnom funkcijom je mreža koja se može upotrebljavati u jednakim situacijama kao i mreža s povratnim postupkom. Koristi se radijalno simetričnom i radijalno ograničenom aktivacijskom funkcijom u skrivenome sloju. Ta mreža nema neke nedostatke mreže s povratnim postupkom, poput lokalnoga minimuma i dugotrajnoga učenja, no zahtijeva više računskih operacija prije negoli sama dosegne zadani minimum kroz određeni broj iteracija.

Radijalne funkcije su funkcije realane varijable čija vrijednost ovisi samo o udaljenosti od ishodišta.

Schmidtova mreža je koordinatni sustav koji se koristi za plotiranje Schmidtove projekcije, a koristi se u kristalografiji za statističku analizu dobivenih posebno prema univerzalnim mjerenjima, te u strukturnoj geologiji za plotiranje azimuta kao kutova mjerenih u smjeru kazaljke na satu od sjevera i oko točke koja se nalazi neposredno ispod promatrača.

Schmidtova projekcija je projekcija meridijana i paralela, odnosno projekcije velikih i malih kružnica. Tragovi velikih kružnica završavaju na azimutima sjevera i juga i služe za projiciranje tragova ravnina. Tragovi malih kružnica završavaju na perifernoj kružnici, gdje označavaju parne azimute od 0-360 . Također, ovu projekciju čine i dva međusobno okomita pravca, jedan s pružanjem sjever-jug i drugi s pružanjem istok-zapad. Po ovim pravcima očitavaju se kutevi nagiba u rasponu od 0-90 krenuvši od periferne kružnice (kut nagiba 0 ) do središta mreže (kut nagiba 90 ).

Umjetna neuronska mreža predstavlja sustav velikoga broja umjetnih neurona koji imaju svojstvo prikupljanja, pamćenja i obrade podataka vlastitom lokalnom memorijom. Takva mreža je skup međusobno povezanih, jednostavnih elemenata (najčešće prilagodljivih), koji rade paralelno i organizirani su tako da je odnos te neuronske mreže prema objektima u stvarnome svijetu isti kao odnos biološkoga neuronskoga sustava. Ti su jednostavni elementi umjetni neuroni.

## 2.6.2. Greške kod istražnih mreža

Osim one moguće greške u prikupljanju podataka, može nastati greška u mjerenju, uslijed devijacija istražne bušotine i pri vođenju dokumentacije. Navedene pogreške su skoro pa neizbježne, međutim, ne pridonose velikoj greški pri donošenju zaključaka. Takve pogreške se nagomilavaju u vidu grumen varijance te su kao takve mjerljive.

Miješanje podataka koji su s prekoračenom vrijednosti dometa prostorne korelacije s onima koji su unutar toga dometa, je pogreška od najveće važnosti koja može naveliko utjecati na točnost rezultata analize, osim ako podaci nisu prikupljeni sustavnim progušćenjem istražne mreže na cijeloj površini. Takva pogreška može u statističkim analizama dati potpuno krivi rezultat analize.

Međutim, geostatističke analize su mnogo manje osjetljive na ovakvu vrstu pogreške. Takva vrsta analize uključuje koordinate položaja svakog podatka, te je zbog toga takva greška u velikoj mjeri spriječena.

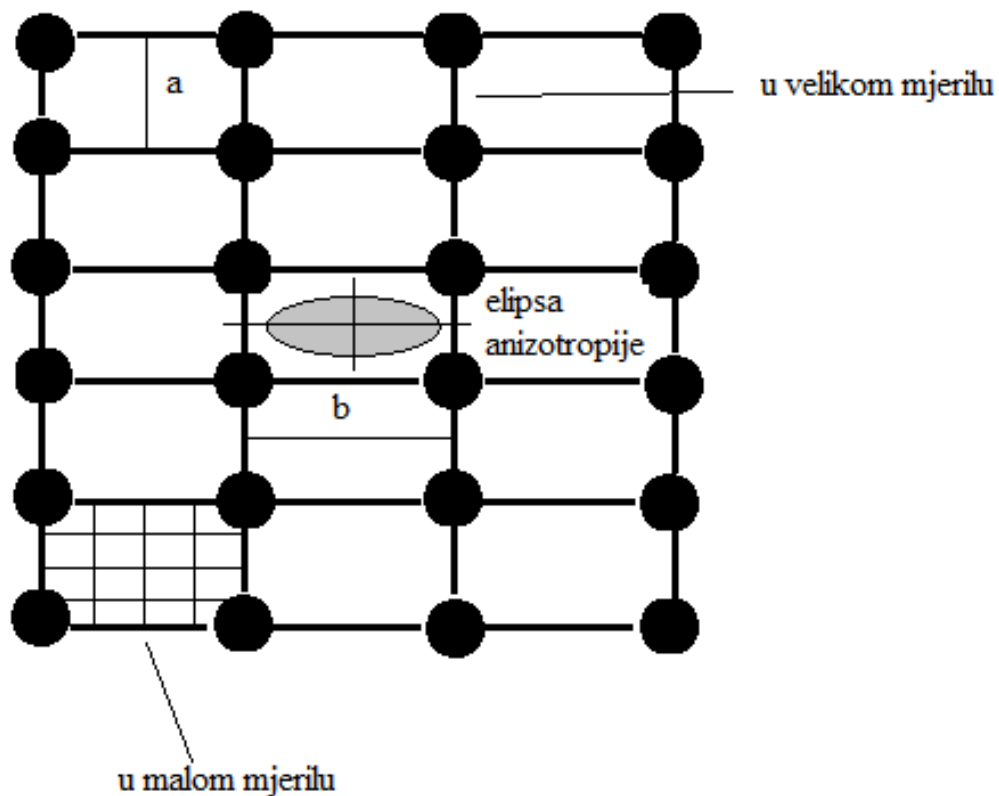
Iako, geostatistika također uključuje i vrijednosti varijance točkastih uzoraka u nekom polju, a upravo je varijanca osjetljiva na regularnost uzorkovanja. Ako je to učinjeno progušćivanjem mreže ispod vrijednosti dometa prostorne korelacije, tada pogreške nema.

Takav rezultat je zapravo i uvjet da se prostorna korelacija oslika na variogramu, osobito u blizini koordinatnog početka. Međutim, ako je to učinjeno na način da se isključi slučajnost, uzimajući one vrijednosti koje se smatraju „zanimljive“, smislenost analiza se ruši i istraživač ulazi u područje totalne pogreške.

Ovaj slučaj je zapravo vrlo čest kada se kombiniraju rezultati istraživanja prije i za vrijeme iskopavanja, ili prije i poslije, npr. otvaranja krškog fenomena u građevinske svrhe. Prije otvaranja takvog fenomena izravnom promatranju, izbor pozicije mjerenja je nužno slučajan dok je poslije otvaranja istraživač u velikom iskušenju izbora.

Kada je fenomen otkriven i dostupan promatranju, velika je vjerojatnost da će istraživač podleći subjektivnom izboru podataka. Zbog te situacije se u takvim analizama naknadni podaci uzimaju u obzir u iznimnim situacijama, i to samo ako im je lokacija bila pouzdano utvrđena.

Tehnika istraživanja „u malom i velikom mjerilu“ (slika 2.6.2) je vrlo bitna za praksu geostatističkih istraživanja. Ta tehnika je zapravo zamjena za skupo, a vrlo često i nemoguće, progušćenje istražne mreže. Izbor lokacije ispitivanja „u malom mjerilu“, čak i ako je potpuno slučajan, izvorom je velikih pogrešaka, jer su takve lokacije međusobno bitno različite.



Slika 2.6.2 Istražna mreža u „malom i velikom mjerilu“  
(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

## 2.7. Simulirani dinamični procesi u sustavu geometrijskih likova

Podaci su, najčešće nakon transformacije, definirani svojstvima normalne razdiobe. Procjena se radi u točkama u kojima ne postoje vrijednosti. Slučajnim odabirom dobiva se jedna od takvih točaka (1. uvođenje slučajnosti odnosno stohastike). U toj se točki procjenjuje njezina vrijednost (najčešće krigingom) iz okolnih točaka smještenih unutar prostornoga modela. Pri tomu se u obzir jednako uzimaju i mjerene i ranije (u prijašnjim koracima) simulirane točke.

Nakon što se u odabranoj točki procijeni njezina vrijednost, oko nje se postavi interval širine slučajnim izborom (2. uvođenje slučajnosti odnosno stohastike), uzima se bilo koja vrijednost iz intervala te postaje simulirana vrijednost te točke. Takav postupak ponavlja se dok nisu simulirane vrijednosti svih točaka gdje nije postojalo mjerenje. Time je načinjena jedna realizacija iz ukupnog skupa svih realizacija predviđenih u simulaciji.

Pri upravljanju procesima, od posebnog značaja je poznavanje njihovih karakteristika koje definiraju njihovo ponašanje u nestacionarnom režimu rada pri kome se javljaju vremenske promjene procesnih veličina. Ove karakteristike se podrazumijevaju pod pojmom dinamika procesa.

Početni sustav geometrijskih likova mijenja se simulirajući ono što se u prirodi krša zaista i događa. Promjene u sustavu su dvojake, odnosno, dolazi do promjene produbljenja i proširenja likova. Te promjene se vrše u dvije faze.

U prvoj fazi se sustav proširuje 40% od početne širine, simetrično na svaku stranu, a produbljenje za 50% od početne vrijednosti i to pomjeranjem vrha trokuta prema dolje.

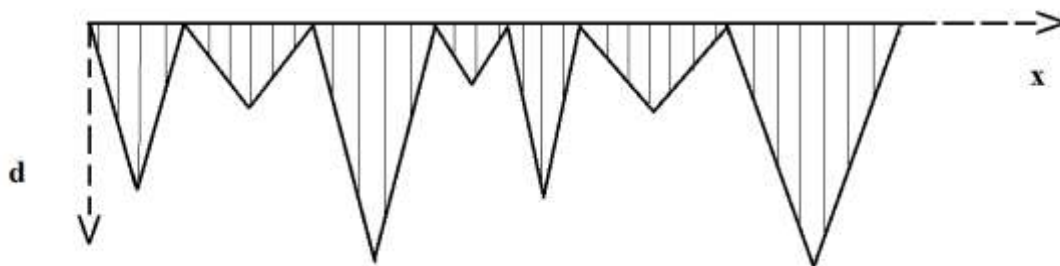
U drugoj fazi sve se ponavlja; sustav iz prethodne faze se proširi za 40%, a za 50% se produbi.

Početna pozicija geometrijskih likova odgovara krškom morfološkom sustavu bez „zone morfološke homogenosti“. Krški morfološki sustav se cijeli nalazi u zoni „morfološke razuđenosti“. Simulirane dinamične promjene u sustavu geometrijskih likova prevode ga u morfološke oblike, a kod njih su zastupljene obje zone (zona „razuđenosti“ i zona „morfološke homogenosti“).

U ovoj fazi ne koriste se parovi točaka za izračun variograma, nego računalni program.

### **2.7.1. Početni sustav geometrijskih likova, sustav sa zonom morfološke razuđenosti – nezreli sustav**

Primjer početnog sustava geometrijskih likova pokazan je na slici 2.7.1.



Slika 2.7.1 Početni geometrijski sustav likova – nezreli sustav  
(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

Takav sustav se sastoji od širine osnovice i maksimalne debljine, a one se dodiruju.

Temeljni statistički podaci ovakvog sustava su:

- srednja vrijednost debljina
- varijanca debljina
- koeficijent varijacije debljina (%).

Mjere srednje vrijednosti su: mod, medijan, aritmetička sredina, geometrijska sredina i harmonijska sredina.

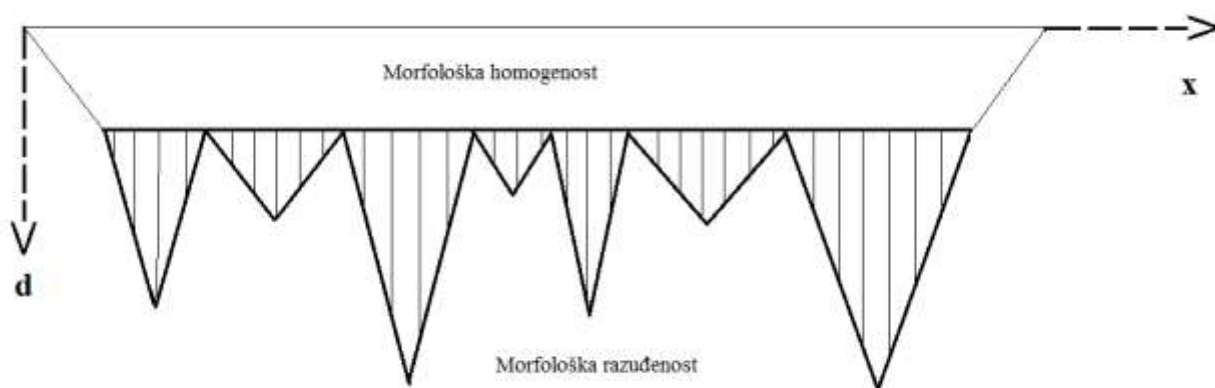


Varijanca i koeficijent varijacije spadaju u mjere raspršenosti. Tu spadaju i standardna devijacija te raspon.

### 2.7.2. Geometrijski sustav sa zonom morfološke homogenosti i zonom morfološke razuđenosti

Geometrijski sustav, koji se sastoji iz jedne homogene zone debljine 4, te zone morfološke razuđenosti koja nije ništa drugo već prethodni primjer s početnom pozicijom geometrijskih likova (nezreli sustav). Međutim, ovaj geometrijski sustav nije se dobio planski, i to produbljenjem i proširenjem, već dodavanjem konstante 4 na početni, nezreli morfološki sustav.

Takav geometrijski morfološki sustav je pokazan na slici 2.7.2.



Slika 2.7.2 Kombinacija zone morfološke homogenosti i nezrelog sustava sa slike 2.7.1

(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

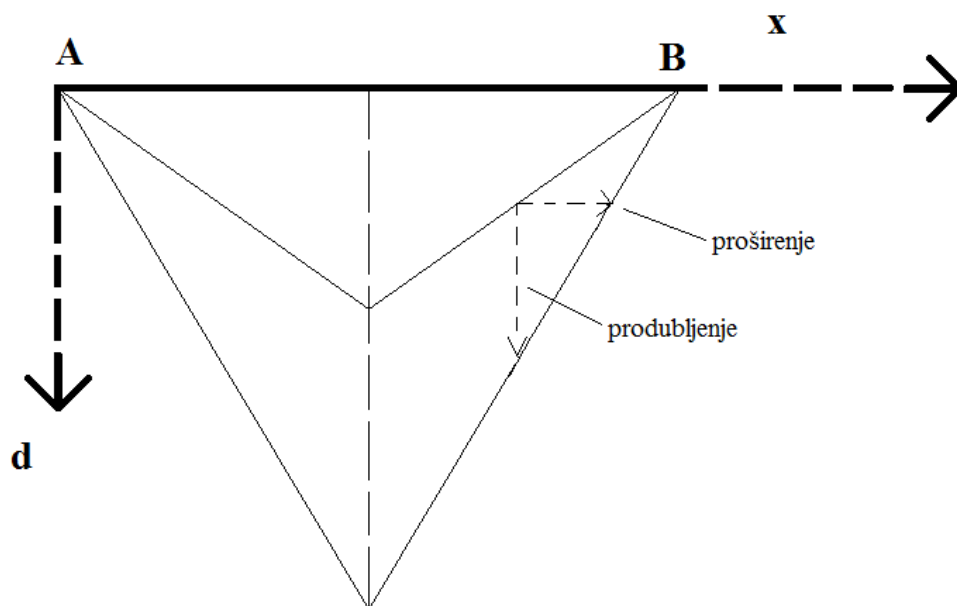
Također i taj geometrijski sustav ima srednju vrijednost debljina (+4), varijancu debljina, koeficijent varijacije debljina, kao svoje statističke parametre.

Tu je došlo do smanjenja promjenjivosti debljina kada se u sustav uvede zona morfološke homogenosti.

### 2.7.3. Opis dinamičnih procesa u modelu geometrijskih likova

Dinamički procesi bi trebali statički početni sustav likova uvesti u dinamički model, kao što je onaj prirodni, u svijetu kamena i vode, koja u njemu stvara morfološke forme.

„Produbljenje“ je prva komponenta dinamičnih promjena u geometrijskom sustavu te je prikazana na slici 2.7.3. Ono se može objasniti pomicanjem točaka u smjeru osi „d“, međutim, krajnje točke osnove lika, A i B, ne pomiču.

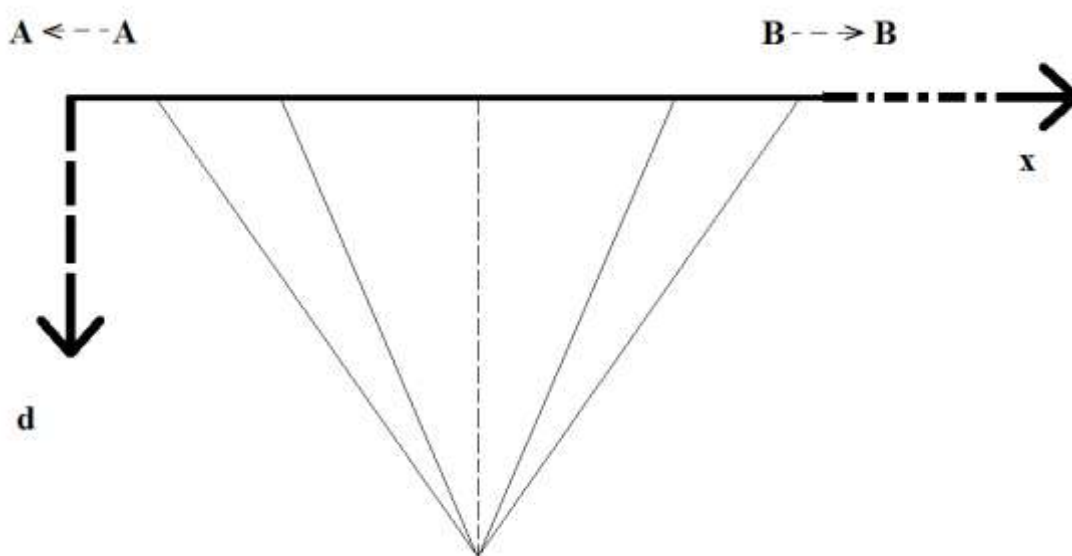


Slika 2.7.3 Produbljenje

(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

Zbog te dinamične komponentne, ovdje mora biti prisutna i komponenta proširenja, ali nikada kod ključnih točaka A i B.

Druga dinamična komponenta je „proširenje“. Ta komponenta oponaša prirodne procese u kršu i prikazana je na slici 2.7.4. U ovom slučaju, ona utječe na pomjeranje ključnih točaka A i B, i to u smjeri osi x, prema slici. Dinamična komponenta „proširenje“ postoji sama za sebe i ne uključuje uvijek dinamičnu komponentu „produbljenje“. Proširenje može biti i nesimetrično u odnosu na najveću debljinu.



Slika 2.7.4 Proširenje

(preuzeto: P. Marijanović, 2008)

### 3. GEOSTATISTIČKA ANALIZA SVOJSTAVA TLA

#### 3.1. Objekt istraživanja

Za potrebe geostatističke analize je proučavano područje oko rijeke Bednje. Izabrana su sljedeća svojstva tla: (kalcijev karbonat) i sadržaj humusa na četiri jednake dubine (0-30 cm, 30-60 cm, 60-90 cm i 90-120 cm).

Bednja je rijeka koja cijelim tokom teče kroz Hrvatsku i desna pritoka rijeke Drave. Izvire kod Trakošćana u Maceljskom gorju u Hrvatskom Zagorju. Teče kroz mjesta Bednju, Beletinec, Novi Marof i Varaždinske Toplice, Ludbreg te se ulijeva u Dravu kod Malog Bukovca blizu Ludbrega. Duljina rijeke Bednje je 133km.

U geomorfološkom pogledu istraživani teren predstavlja područje koje se nalazi izvan zone redovitog plavljenja. Istraživani teren karakterizira povremeno plavljenje Bednje.

#### 3.2. Statistički pokazatelji analiziranih tla

Tablica 1. Statistički pokazatelji analiziranih svojstava tla

Svojstvo	Dubina tla	x	Varijanca	Standardna devijacija		Min	Max
	0-30	17,7	224,8208	14,994	84,71	0	58,1
	30-60	18,9	276,7632	16,6362	88,02	0	66,7
	60-90	22,9	358,1447	18,9247	82,64	0	66,5
	90-120	23,5	372,0122	19,2876	82,07	0	69,2
<b>Humus %</b>	0-30	3,62	2,4293	1,5586	43,06	1,71	8,53
	30-60	2,01	0,8489	0,9134	45,44	0,49	4,42
	60-90	1,19	0,4485	0,6697	56,28	0,17	3,06
	90-120	0,75	0,2102	0,4585	61,13	0,13	2,41

Statistički pokazatelji svojstava tla koji su bili korišteni u geostatističkim analizama, dati u tablici 1., pokazuju da tla koja su istraživana pretežito karbonatna i humozna.

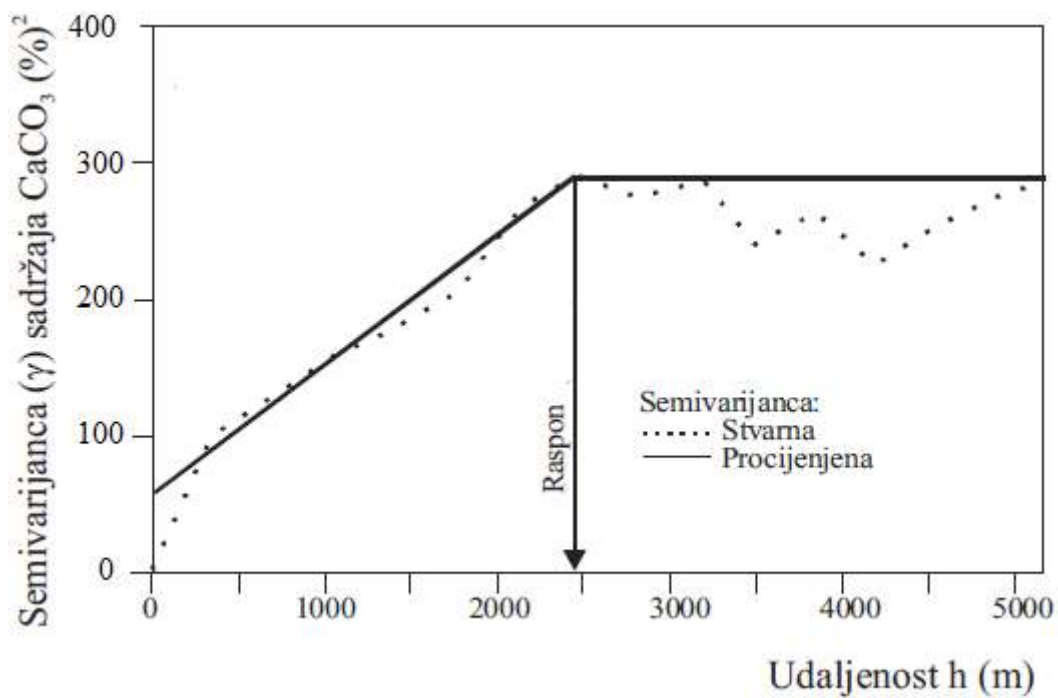
Podaci koji su korišteni, dobiveni su iz četiri različite dubine za svako svojstvo. U dubljim slojevima sadržaj se postupno povećava, dok sadržaj humusa naglo opada. Koeficijenti variranja ( ) pokazuju da izrazitije grupiranje oko srednjih vrijednosti ima sadržaj humusa. Visoki koeficijenti sadržaja i širok raspon (min. i max.) u svezi su sa velikom raznolikošću geološke građe.

### 3.3. Geostatistički parametri i variogrami sadržaja

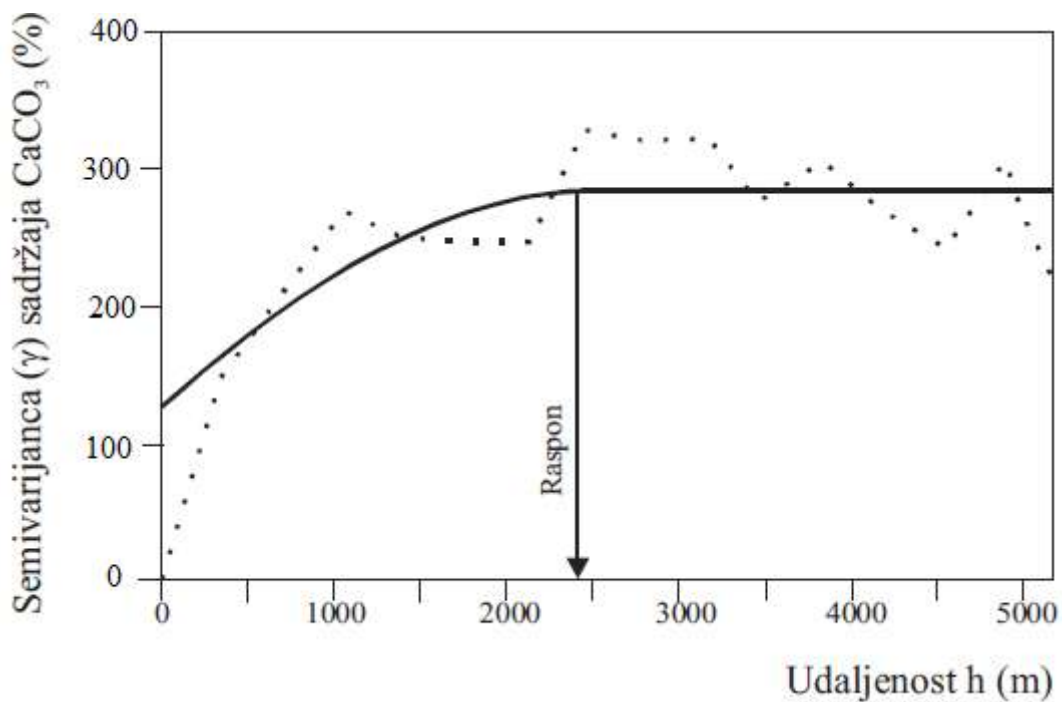
Geostatistički parametri eksperimentalnih semivariograma za sadržaj iz sve četiri dubine dati su u tablici 2., a njihovi grafički prikazi na slikama 3.3.1- 3.3.4.

Tablica 2. Geostatistički parametri eksperimentalnog semivariograma sadržaja za četiri dubine

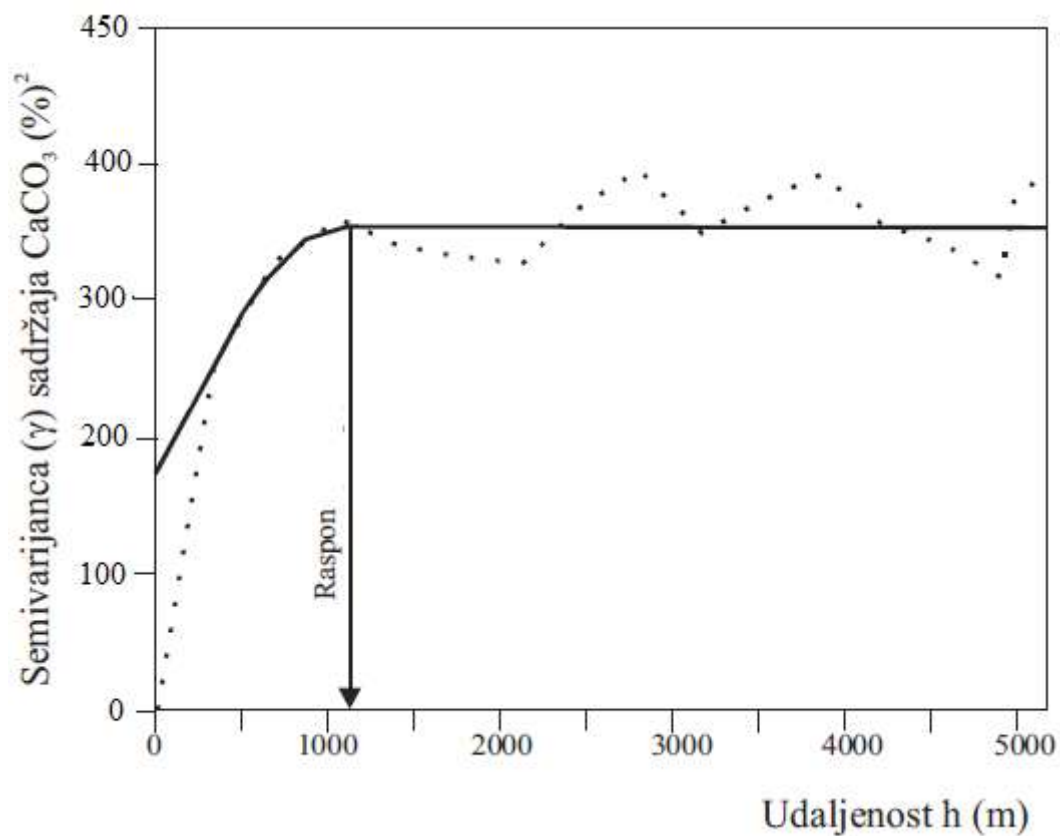
Dubina tla (cm)	Model	Sse	Nugget	Prag	Nugget/prag (%)	Raspon (m)
0-30	Linearan	8795	63,8	292,8	0,22	2450
30-60	Sferičan	13854	135,4	276,2	0,49	2450
60-90	Sferičan	16088	175,1	358,1	0,49	1150
90-120	Sferičan	21635	125,2	372,0	0,34	700



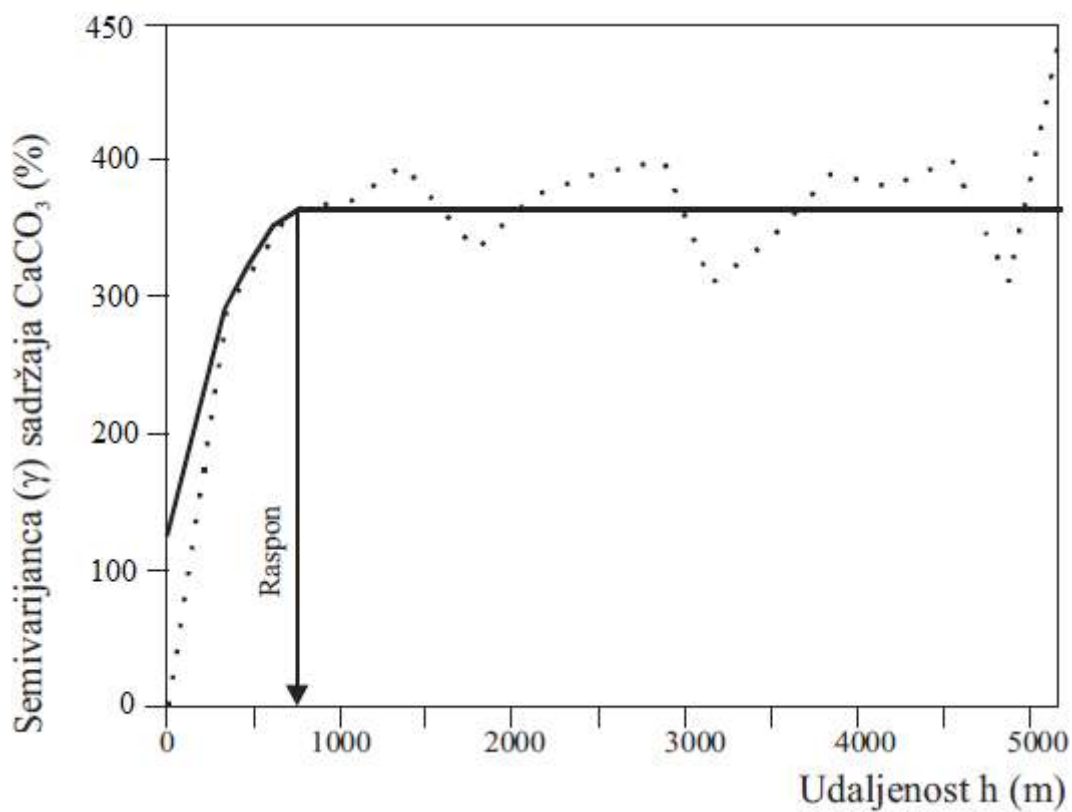
Slika 3.3.1 Eksperimentalni semivariogram sadržaja  $\text{CaCO}_3$  iz dubine 0 – 30 cm



Slika 3.3.2 Eksperimentalni semivariogram sadržaja  $\text{CaCO}_3$  iz dubine 30 – 60 cm



Slika 3.3.3 Eksperimentalni semivariogram sadržaja iz dubine 60 – 90 cm

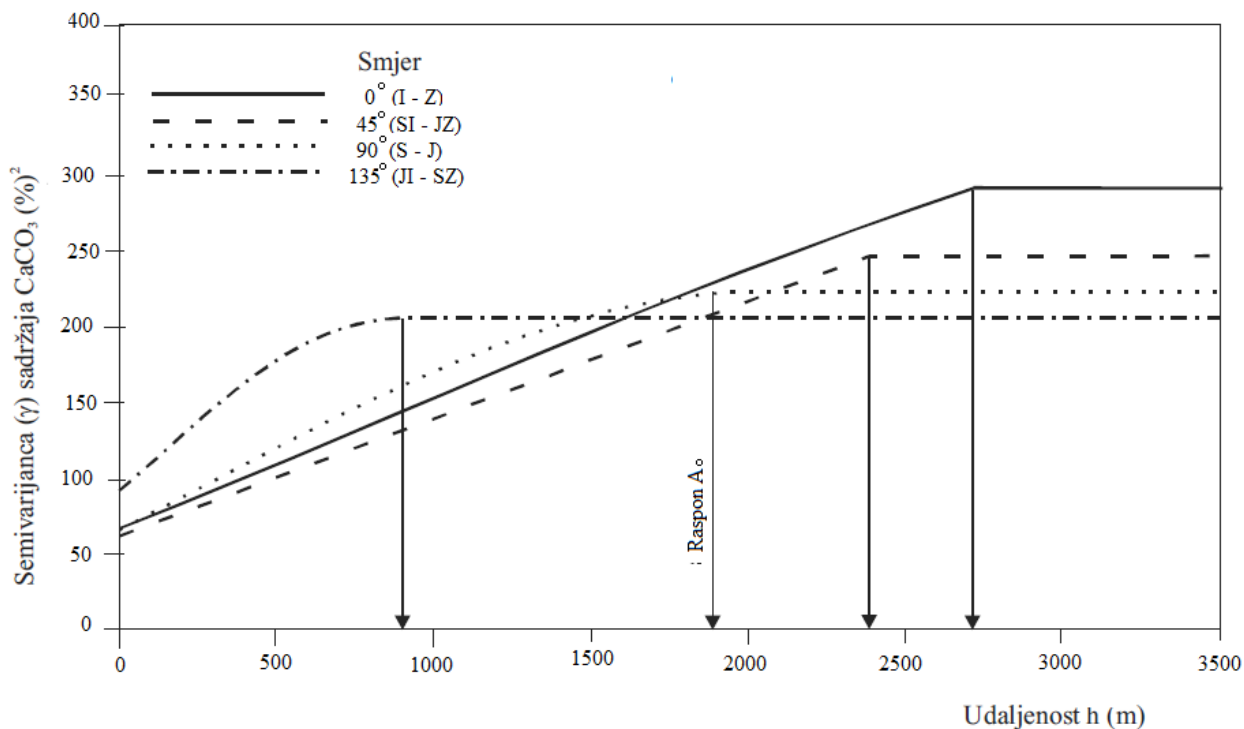


Slika 3.3.4 Eksperimentalni semivariogram sadržaja iz dubine 90 - 120 cm



Ekperimentalni semivariogrami za  $\text{CaCO}_3$  iz prve dubine (slika 3.3.5) pokazuju da se model, nugget, prag i raspon mijenjaju sa promjenom smjera. Taj podatak dokazuje anizotropičnu prostornu strukturu  $\text{CaCO}_3$ .

Veći raspon i niži udio neobjašnjivog variranja sadržaja  $\text{CaCO}_3$  u smjeru istok – zapad, pokazuje da je i lokalno variranje čimbenika, koji utječu na njegov sadržaj, kontinuirano i sa manje naglih promjena nego u ostalim smjerovima.



Slika 3.3.5 Ekperimentalni semivariogram sadržaja  $\text{CaCO}_3$  iz prve dubine (0 – 30 cm) za četiri različita smjera

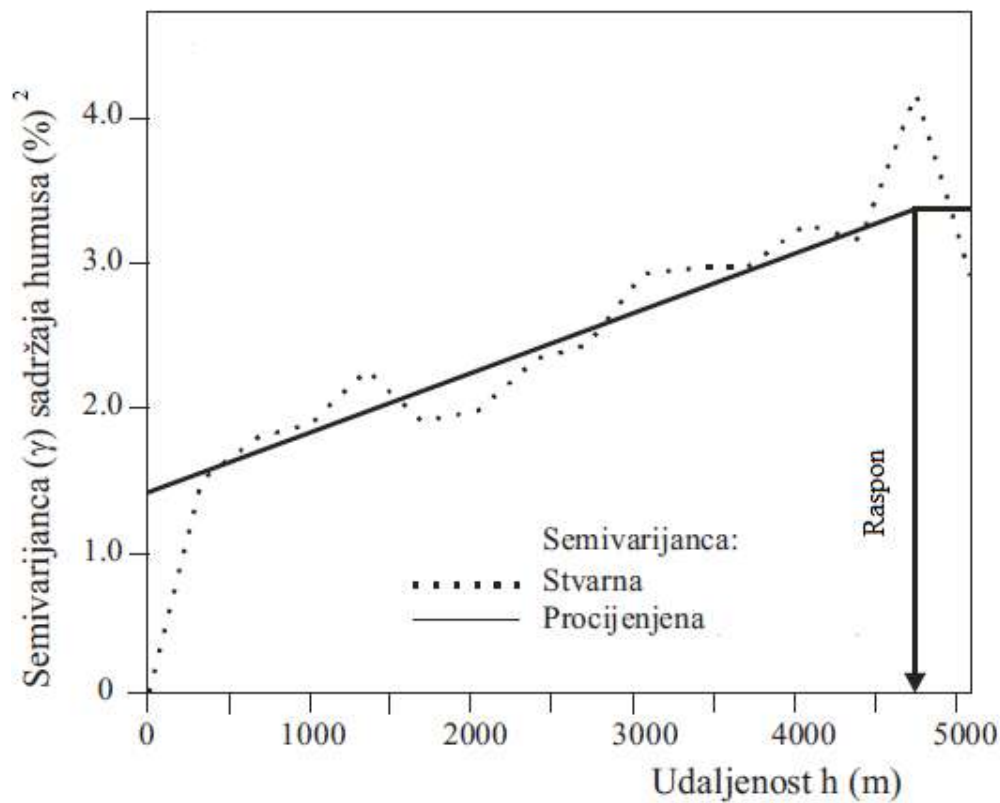


### 3.4. Geostatistički parametri i variogrami sadržaja humusa

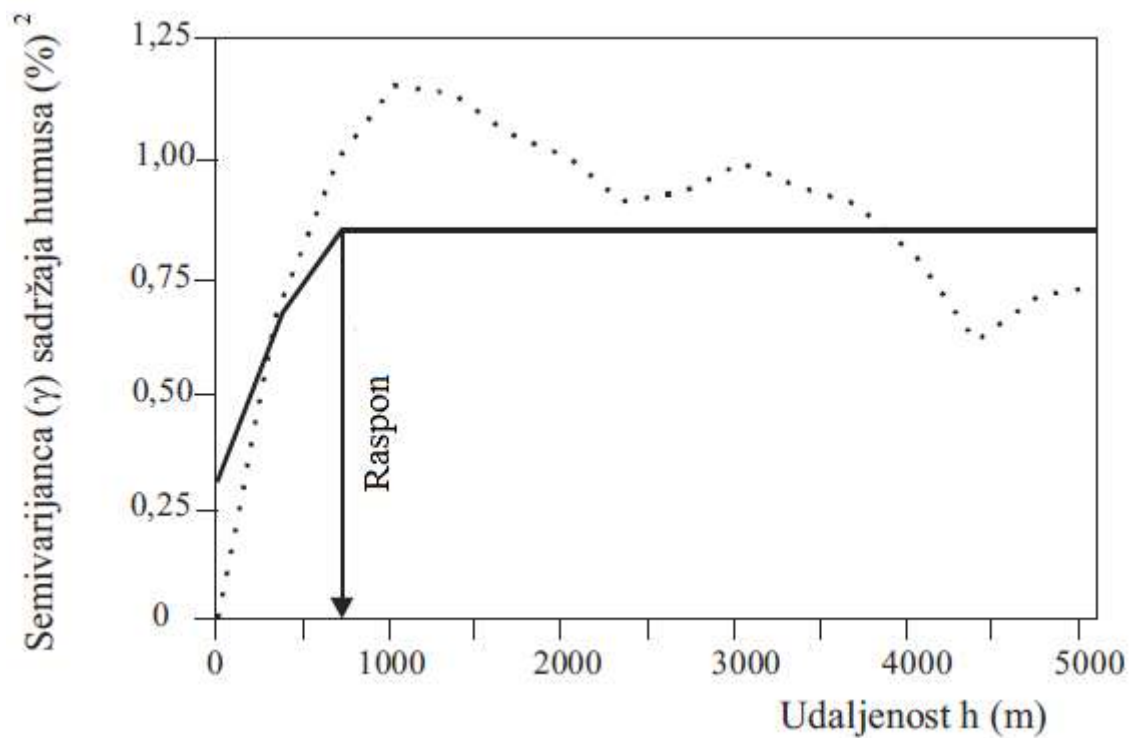
Geostatistički parametri eksperimentalnih semivariograma za sadržaj humusa iz sve četiri dubine dati su u tablici 4., a njihovi grafički prikazi na slikama 3.4.1-3.4.4.

Tablica 4. Geostatistički parametri eksperimentalnog semivariograma sadržaja humusa za četiri dubine

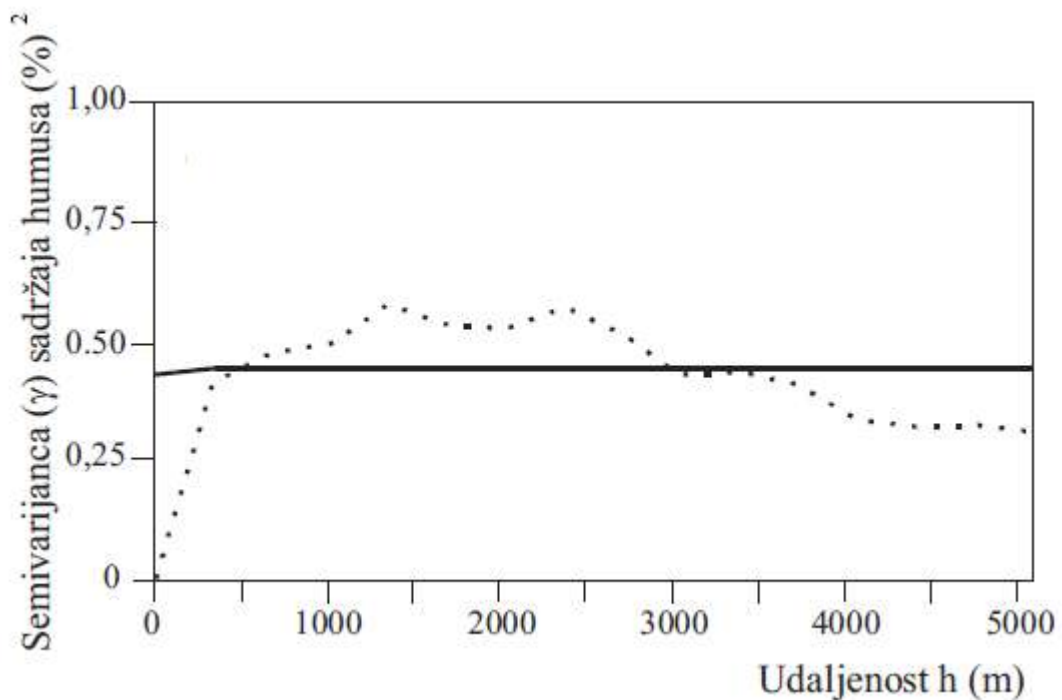
Dubina tla (cm)	Model	Sse	Nugget	Prag	Nugget/prag (%)	Raspon (m)
0-30	Linearan	1,43	1,11	3,35	0,33	4550
30-60	Linearan	0,63	0,35	0,81	0,43	700
60-90	-	0,16	0,43	0,43	1,00	<350
90-120	Sferičan	0,01	0,11	0,19	0,58	1650



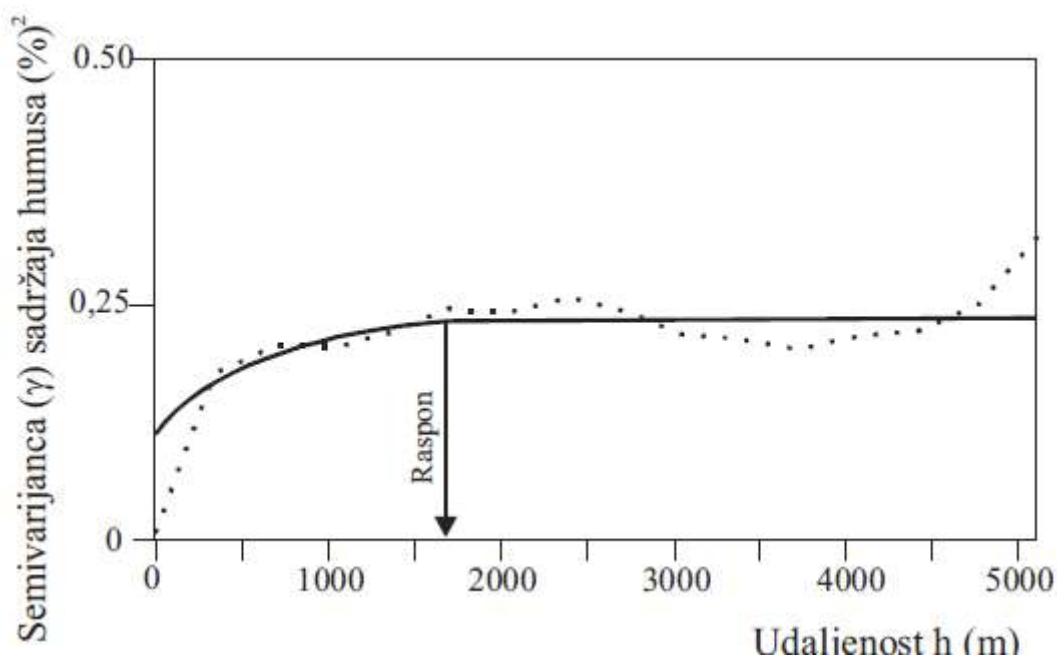
Slika 3.4.1 Eksperimentalni semivariogram sadržaja iz dubine 0 – 30 cm



Slika 3.4.2 Eksperimentalni semivariogram sadržaja iz dubine 30 – 60 cm



Slika 3.4.3 Eksperimentalni semivariogram sadržaja iz dubine 60 – 90 cm



Slika 3.4.4 Eksperimentalni semivariogram sadržaja iz dubine 90 – 120 cm

Tablica 4. i slike 3.4.1-3.4.4 pokazuju da se bitni geostatistički parametri prostornih relacija bitno razlikuju u humusu u različitim dubinskim slojevima.

Najveća razlika je u rasponu (dužina unutar koje su točke uzorkovanja međusobno prostorno korelirane). Najveći raspon ima sadržaj humusa iz prve dubine (0 – 30 cm), zatim iz četvrte (90 – 120 cm) i druge (30 – 60 cm). Eksperimentalne semivarijanice iz prve i druge dubine najbolje su izravnete linearnim modelom, a iz četvrte dubine eksponencijalnim modelom.

Na neobjašnjivo variranje u dubljim slojevima tla upućuje široki odnos nugget/prag (slike 3.4.3-3.4.4).

Sadržaj humusa iz treće dubine pokazuje potpuni nugget efekt zbog neobjašnjivog variranja koje je jednako ukupnom variranju ( $C_0/C_0+C=1,0$ ). Zbog toga eksperimentalne semivarijanice za humus (dubinu sloja 60 – 90 cm) nije moguće opisati bilo kojim od poznatih teoretskih modela. Slika 3.4.3 prikazuje da variogram ima raspon kraći od intervala uzorkovanja. To je dokaz da izabrano prosječno uzorkovanje (350 m) previše kratko da bi pokazalo geografsku strukturu.

Kada je raspon kraći od intervala uzorkovanja treba odustati od izbora bilo koga modela. U tim slučajevima rješenje treba tražiti u povećanju broja uzorka.

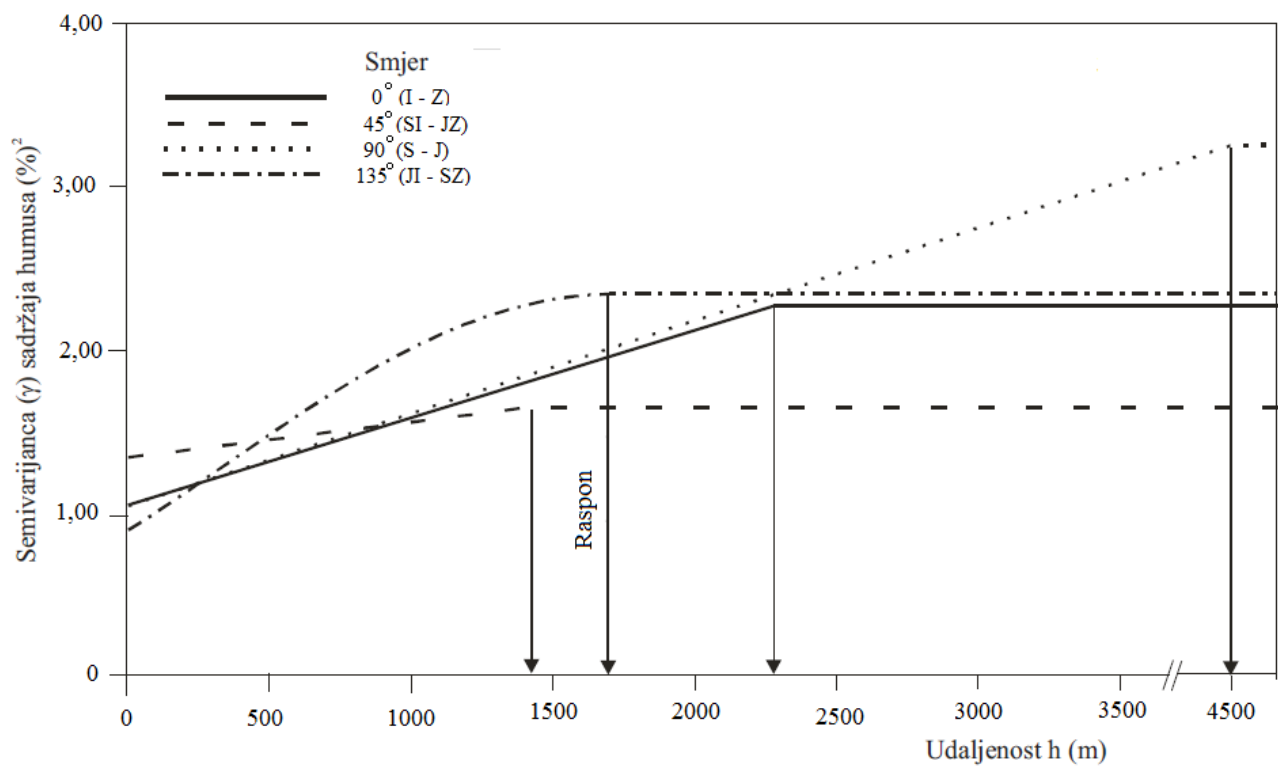
U ovisnosti o smjeru (I – Z; SI – JZ; S – J; JI – SZ) dati su rezultati istraživanja prostorne strukture sadržaja humusa iz prve dubine, tj. 0 – 30 cm, koji su prikazani u tablici 5.

Tablica 5. Geostatistički parametri eksperimentalnih semivariograma za iz prve dubine (0 – 30 cm) za četiri različita smjera

<b>Smjer</b>	<b>Model</b>	<b>Nugget</b>	<b>Prag</b>	<b>Nugget/ prag (%)</b>	<b>Raspon (m)</b>
<b>I – Z (0°)</b>	Linearan	1,08	2,28	0,47	2300
<b>SI – JZ (45°)</b>	Linearan	1,40	1,70	0,82	1700
<b>S – J (90°)</b>	Linearan	1,08	3,23	0,33	4500
<b>JI – SZ (135°)</b>	Sferičan	0,91	2,31	0,39	1400

Tablica 5. i slika 3.4.5 pokazuju da se svi bitni elementi semivariograma mijenjaju s promjenom smjera, što također ukazuje na anizotropičnost humusa.

Slika 3.4.5 pokazuje kako najveći raspon ima smjer sjever – jug te semivarijance humusa ovog smjera su izravnate linearnim modelom sa pragom. Najkraći raspon iznosi 1400 m te je u smjeru sjeveroistok – jugozapad.



Slika 3.4.5 Eksperimentalni semivariogram sadržaja humusa iz prve dubine (0 – 30 cm) za četiri različita smjera

## 4. ANALIZA REZULTATA

Analize su se provele uz primjenu geostatističkog paketa Geo-EAS. Kao mjera za procjenu upotrebljivosti odnosno valjanosti izabranog teoretskog modela korišteni su suma kvadrata grešaka procjene (S<sub>Se</sub>), koja je izražena slijedećim izrazom:

$$S_{Se_{1...n}} = \text{stvarna procijenjena varijanca} \quad (8)$$

Eksperimentalne semivarijance analiziranih svojstava tla izravname su sferičnim i linearnim teoretskim modelima korištenjem Lavenberg – Marquardt-ove metode.

Istraživanja su pokazala da su analizirana svojstva tla prostorno zavisne slučajne varijable. Površinski slojevi imaju anizotropičnu strukturu i bolju prostornu koreliranost, tj. kontinuiranije prostorno ponašanje (veći raspon i manji postotak neobjašnjivog variranja), nego svojstva tla iz dubljih slojeva. Glavne prostorne struktrune značajke svojstava tla u svezi su sa matičnom podlogom.

Sadržaj humusa varira u širokom rasponu i u svezi je sa izraženosti podedgenetskih procesa. Najmanji sadržaj humusa je u fluvijativnim tlima gdje prevladava sedimentacija. Sadržaj karbonata ovisi o vrsti matične podloge te varira u širokom rasponu.

Rezultati istraživanja prostorne strukture svojstava tla upućuju na to da analizirana svojstva tla (sadržaj CaCO<sub>3</sub> i humus) imaju anizotropičnu prostornu strukturu koja je aproksimirana linearnim i sferičnim teoretskim modelima. Svojstva tla iz površinskih slojeva imaju kontinuiranije prostorno ponašanje od svojstva tla iz dubljih slojeva.

Anizotropična struktura svojstva tla pokazuje da su i čimbenici, koji doprinose prostornom varijabilitetu, različiti u svim smjerovima. Slabije izražena prostorna struktura CaCO<sub>3</sub> posljedica je raznovrsne geološke građe i njenih čestih cikličkih promjena. Kontinuiranije prostorno ponašanje humusa u svezi je s činjenicom da su prostorne promjene ključnih čimbenika koji određuju njegov sadržaj znatno postupnije.

Za varijable sa potpunim grumen efektom i rasponom kraćim od intervala uzorkovanja (sadržaj humusa iz treće dubine), čije se eksperimentalne varijance nisu mogle aproksimirati ni sa jednim od poznatih teoretskih modela, potrebno je provesti detaljnije uzorkovanje sa kraćim intervalima koji će biti prostorno korelirani.

Istraživanja su pokazala da semiografska metoda (analiza) mnogo doprinosi kvantificiranju prostornih struktura i pomoći boljem razumijevanju uzroka prostornog variranja svojstava tla. Praktična primjena rezultata istraživanja proizlazi iz činjenice da se uključivanjem ustanovljenih anizotropičnih modela semivariograma u kriging interpolacijsku analizu može poboljšati pouzdanost lokalne procjene analiziranih svojstava tla na neuzorkovanim mjestima.

## 5. ZAKLJUČAK

Reljef na Zemlji i njegova mijena je podložena stalnim geološkim procesima, izvorom je stalnih promatranja i mjerenja koja ne samo da trebaju numeričku analizu, već su često one i jedini način da se otkriju skrivene zakonitosti po kojima se te mijene odvijaju. Numeričke analize veoma nalikuju jedna drugoj, međutim ponekad se radi i o vrlo različitim znanstvenim oblastima.

Provedene analize se temelje na pouzdanim rezultatima istraživanja koji su prikupljeni korištenjem istražne mreže. Takva vrsta istraživanja se provodi u sklopu općih geoloških istraživanja, istraživanja većih građevinskih objekata.

Takvi podaci se slijevaju u baze podataka te se provodi statistička analiza koja istraživača uvodi u srž problema. Zahvaljujući takvim analizama i globalnim zaključcima koji će proizaći iz njih, reljef će početi predstavljati svoju zanimljivost.

Izmjereni skup podataka u sebi nosi poruku o cjelini iz koje je uzet te ju je potrebno izlučiti i objasniti kao znanstvenu istinu. Takva vrsta obrade uvijek sa sobom nosi rizik, odnosno da li odabrani skup podataka raspolaze baš onim informacijama koje istraživač treba.

Vrlo bitne informacije nose u sebi podaci koji su prikupljeni na slučajan način, koje su bitne za donošenje znanstvenog zaključka o njima. Prikupljeni numerički podaci za neku pojavu su često pod utjecajem namjernog izbora i to dovodi do pogrešnih zaključaka u numeričkoj analizi.

Kada se prirodne zakonitosti podvrgnu detaljnijoj analizi, na površinu izlazi prostorna korelacija u polju osnovne varijable. Za to su potrebni geostatistički alati.

Variogram je jedan od osnovnih geostatističkih alata. Svaki skup podataka ima vlastite jedinstvene funkcije promjenljivosti i udaljenosti između podatkovnih točaka. Ova promjenljivost se općenito izračunava kao funkcija nazvana variogram ili semivariogram.

Iz toga se izvodi specifičan geostatistički pojam nazvan varijancom kriginga, kojom je zamijenjena ukupna varijanca podataka. Skup svih parova podataka na istoj udaljenosti naziva se klasa, a spajanjem vrijednosti za svaku klasu dobiva se krivulja eksperimentalnog variograma.

Prostorno neovisni podatci opisuju se isključivo njihovom ukupnom varijancom, odnosno srednjom vrijednošću za koju se podrazumijeva da odgovara očekivanju cijele populacije. Ipak, prostorni podatci u većini slučajeva nisu prostorno neovisni.

Vrijednosti podataka koji su prostorno bliski pokazuju manju promjenljivost od vrijednosti podataka koji su udaljeniji jedni od drugih. Odnosno, ako se radi procjena promatrane varijable u mjestu gdje nije mjerena, a iz skupa postojećih mjerenja u njenoj okolini, smatra se da će najbliži podatci snažno ukazivati na vrijednost te procjene. Naravno, što je podatak udaljeniji pretpostavka je da će on manje opisivati očekivanu vrijednost u točki procjene.

Modeli i interpretacije temeljene na geostatističkim metodama često se rade pomoću računalnih programa. Stoga su primjena i razvoj geostatistike usko vezani s razvojem informacijskih znanosti.



## 6. LITERATURA

- [1] R. Andričević, H. Gotovac, I. Ljubenković: Geostatistika: umijeće prostorne analize, Zagreb, 2007.
- [2] B. Kolonja, R. Stanković, D. Stevanović, M. Jovanović: Skripta iz Projektovanja površinskih kopova, Beograd
- [3] T. Malvić: Primjena geostatistike u analizi geoloških podataka, Zagreb, 2008
- [4] T. Malvić, G. Medunić: Statistika u geologiji, Zagreb, 2015.
- [5] T. Malvić, K. N. Zelenika: Hrvatski rječnik odabranih geostatističkih pojmova, Rudarsko-geološko-naftni zbornik, Zagreb, 2013, str. 1-9
- [6] Pero Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008
- [7] D. Medak, nastavni materijal - Analiza prostornih podataka - Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet
- [8] xxx, [www.rgf.bg.ac.rs](http://www.rgf.bg.ac.rs), dostupno 10.06.2016.

## Popis slika

Slika 2.1.1 Primjer variograma za linijski raspoređene podatke Izvor: <a href="http://www.rgf.bg.ac.rs">http://www.rgf.bg.ac.rs</a> ; dostupno: 10.06.2016.....	5
Slika 2.1.2 Sferični teorijski variogram nugget tipa Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	6
Slika 2.2.1 Neusmjereni variogram Izvor: T. Malvić, K. Novak Zelenika: Hrvatski rječnik odabranih geostatističkih pojmova, Zagreb, 2013.....	10
Slika 2.2.2 Usmjereni variogram Izvor: T. Malvić, K. Novak Zelenika: Hrvatski rječnik odabranih geostatističkih pojmova, Zagreb, 2013.....	11
Slika 2.3.1 Dvodimenzijски geostatistički prostor Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	12
Slika 2.3.2 Trodimenzijски geostatistički prostor Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	13
Slika 2.4.1 Načelo proširenja u Geostatistici Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	14
Slika 2.4.2 Varijanca bloka u zaštiti okoliša prilikom remedijacije tla Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	15
Slika 2.6.1 Regularna istražna mreža Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	19
Slika 2.6.2 Istražna mreža u „malom i velikom mjerilu“ Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	22
Slika 2.7.1 Početni geometrijski sustav likova–nezreli sustav Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	23
Slika 2.7.2 Kombinacija zone morfološke homogenosti i nezrelog sustava sa slike 2.7.1 Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	24
Slika 2.7.3 Produbljenje Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	25
Slika 2.7.4 Proširenje Izvor: P. Marijanović: Geostatistika krša Dinarida, Mostar, 2008.....	25



IZJAVA O AUTORSTVU  
I  
SUGLASNOST ZA JAVNU OBJAVU

Završni/diplomski rad isključivo je autorsko djelo studenta koji je isti izradio te student odgovara za istinitost, izvornost i ispravnost teksta rada. U radu se ne smiju koristiti dijelovi tuđih radova (knjiga, članaka, doktorskih disertacija, magistarskih radova, izvora s interneta, i drugih izvora) bez navođenja izvora i autora navedenih radova. Svi dijelovi tuđih radova moraju biti pravilno navedeni i citirani. Dijelovi tuđih radova koji nisu pravilno citirani, smatraju se plagijatom, odnosno nezakonitim prisvajanjem tuđeg znanstvenog ili stručnoga rada. Sukladno navedenom studenti su dužni potpisati izjavu o autorstvu rada.

Ja, IVANA MIKUČIĆ (ime i prezime) pod punom moralnom, materijalnom i kaznenom odgovornošću, izjavljujem da sam isključivi autor/ica završnog/diplomskog (obrisati nepotrebno) rada pod naslovom OSNOVE GEOSTATISTIKE I NENA PRIMJENA (upisati naslov) te da u navedenom radu nisu na nedozvoljeni način (bez pravilnog citiranja) korišteni dijelovi tuđih radova.

Student/ica:  
(upisati ime i prezime)

Ivana Mikučić  
(vlastoručni potpis)

Sukladno Zakonu o znanstvenoj djelatnosti i visokom obrazovanju završne/diplomske radove sveučilišta su dužna trajno objaviti na javnoj internetskoj bazi sveučilišne knjižnice u sastavu sveučilišta te kopirati u javnu internetsku bazu završnih/diplomskih radova Nacionalne i sveučilišne knjižnice. Završni radovi istovrsnih umjetničkih studija koji se realiziraju kroz umjetnička ostvarenja objavljuju se na odgovarajući način.

Ja, IVANA MIKUČIĆ (ime i prezime) neopozivo izjavljujem da sam suglasan/na s javnom objavom završnog/diplomskog (obrisati nepotrebno) rada pod naslovom OSNOVE GEOSTATISTIKE I NENA PRIMJENA (upisati naslov) čiji sam autor/ica.

Student/ica:  
(upisati ime i prezime)

Ivana Mikučić  
(vlastoručni potpis)